chapter01. 참·거짓(True/False)

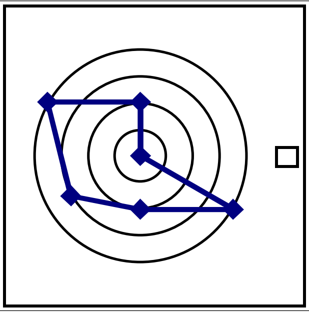
1. 분석(Analysis)

(1) 유형설명

참·거짓(True/False) 유형은 문제에서 “… **참**일 때, 반드시 **참**인 것 …”이라는 구절이 들어가는 유형으로서, 다음과 같은 변형된 구절로도 출제된다. 난이도는 가장 높은 편에 속한다.

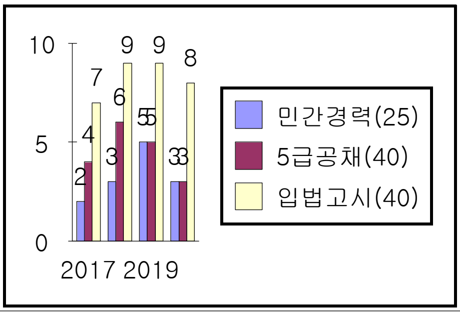
기 본	… 참일 때, 반드시 참인 것 …
변 형	• 참이라고 할 때, 반드시 참인 진술을 • 반드시 참이라고 할 수 <u>없는</u> • (가)~(마)의 전제가 각각 참일 때, 결론이 반드시 참 • 전제가 각각 참일 때, 반드시 참인 논증 • 모두 <u>거짓</u>일 때 • 참일 때, 참인지 거짓인지 알 수 있는 것 • <보기> 중 논리적으로 타당하지 <u>않은</u> 것(≒참이라고 할 수 <u>없는</u>) 등

(2) 평가영역



• 추론력: 제시문을 통하여 <보기>/선택지를 판단하는 능력
• 분석력: 제시문/선택지의 내용을 기호화하는 능력
• 논리력: 제시문을 통하여 새로운 정보를 유도하는 능력

(3) 출제빈도



최근 4개년 출제빈도를 살펴보면,
• 민간경력 -총 25문제 중 2~5문제
• 5급공채 - 총 40문제 중 4~6문제
• 입법고시 - 총 40문제 중 7~9문제
로 출제되고 있다.

(1) 내용공략: 명제의 기호화 및 진리값

명제를 기호화하는 이유는 제시문 또는 선택지(<보기>)의 정보를 한 눈에 알아볼 수 있도록 요약하는 데 있다.

① 기호화

구 분	내 용	기호화
(진리값)	참이다.	T
(진리값)	거짓이다.	F
전칭긍정명제	모든 x는 P이다. (≒ 반드시 ~하다.)	$\forall x,\ P(x)$
전칭부정명제	모든 x는 P가 아니다. (≒ 반드시 ~하지 않다.)	$\forall x,\ \sim P(x)$
특칭긍정명제	어떤 x는 P이다. (≒ ~ 일 수 있다.)	$\exists x,\ P(x)$
특칭부정명제	모든 x는 P가 아니다. (≒ ~ 아닐 수 있다.)	$\exists x,\ \sim P(x)$
선언명제	A 이거나, B 이다.	$A \vee B$ / $A \cup B$
연언명제	A 이고, B 이다.	$A \wedge B$ / $A \cap B$
가언명제	만약 p이면 q이다.	$p \to q$ / $P \subset Q$
쌍조건(가언)명제	만약 p이면 q이고, q이면 p이다.	$p \leftrightarrow q$ / $P \equiv Q$
<응용>	**p일 경우에만 q이다[1].**	**'$q \to p$' ⇔ '$\sim p \to \sim q$'**
양자긍정	A와 B 모두 그러하다.	both A and B ⇔ $A \wedge B$
양자부정	A와 B 모두 그러하지 아니하다.[2]	neither A nor B ⇔ $\sim A \wedge \sim B$ (⇎ $\sim A \vee \sim B$)
양자택일	A와 B 둘 중 하나만 그러하다.	either A or B (⇎ $A \vee B$)

② 진리값

내 용	기호화	진리값
모든 x는 P이다.	$\forall x,\ P(x)$	P(x)가 아닌 x가 하나라도 있으면 거짓
모든 x는 P가 아니다.	$\forall x,\ \sim P(x)$	P(x)인 x가 하나라도 있으면 거짓
어떤 x는 P이다.	$\exists x,\ P(x)$	P(x)인 x가 하나라도 있으면 참
모든 x는 P가 아니다.	$\exists x,\ \sim P(x)$	P(x)가 아닌 x가 하나라도 있으면 참
A 이거나, B 이다.	$A \vee B$	A와 B 모두 거짓이어야 거짓
A 이고, B 이다.	$A \wedge B$	A와 B 모두 참이어야 참

1) "**P일 경우에만 q이다.**" 또는 "q는 p일 경우**에만** 그러하다."라는 문장은 "**q→p**"라는 명제로 바꾸는 원리는 다음과 같다. 예를 들어 "**질문을 할 경우에만 대답을 한다(P일 경우에만 q이다).**" 또는 "대답은 질문을 할 경우**에만** 한다."라는 문장은 "질문을 하지 않으면 대답을 하지 않겠다."는 의미로서 이 문장을 [후건부정법]을 응용하여 동일한 의미의 문장으로 바꿔보면 "**대답을 했다면 질문이 있었겠지(q→p).**"로 바꿀 수 있다는 것이다. 즉 이를 "*질문을 하면 대답을 한다(p→q).*"와 같은 의미라고 혼동하지 말자.

2) "A와 B 모두 그러하지 아니하다."와 "A와 B 모두 그러한 것만은 아니다."를 혼동하지 말자! 앞의 문장은 양자부정이지만 뒤의 문장은 양자부정이 아니다. 즉, 뒤의 문장을 살펴보면 A와 B 중 적어도 하나 이상은 그러하지 않다는 의미이다. 이를 기호화해 보면, "{**A와 B 모두 그러한 것**}만은 아니다."는 "~{A∧B}"로 기호화할 수 있고 이는 다시 "~A∨~B"이므로 "A가 아니거나 B가 아니다."의 의미로서 1) A만 아닐 수 있고, 2) B만 아닐 수 있고, 그리고 3) A와 B 모두 아닐 수 있는(≒A와 B 모두 그러하지 아니하다.) 의미를 모두 포함한다. (ex. "너희 둘 모두 단과학생인 것만은 아니야"는 둘 중 한 명이 "스파르타 학생"인 경우를 포함한다.)

만약 p(전건)이면 q(후건)이다. 만약 p(전건)이면 **~p**(후건)이다.	$p \rightarrow q$ $p \rightarrow \sim p$	전건이 참이고 후건이 거짓이어야 거짓 p는 거짓
만약 p이면 q이고, q이면 p이다.	$p \leftrightarrow q$	p와 q 진리값이 다른 경우에만 거짓

(2) 내용공략: 명제의 동치

명제의 동치를 이용하는 이유는 제시문 또는 선택지(<보기>)의 정보를 연결하여 선택지(<보기>)의 참거짓 여부를 판단할 수 있는 새로운 정보를 찾는 데 있다.

① 동치 법칙

구 분	동 치	
교환법칙	A∨B	B∨A
	A∧B	B∧A
결합법칙	A∨(B∨C)	(A∨B)∨C
	A∧(B∧C)	(A∧B)∧C
배분법칙	A∧(B∨C)	(A∧B)∨(A∧C)
	A∨(B∧C)	(A∨B)∧(A∨C)
이중부정법칙	**~(~A)[3]**	**A**
함축법칙	p→q	~p∨q / P⊂Q / P^{C}∪Q
대우법칙	**p→q**	**~q→~p**
드 모르간 법칙[4]	**~(A∨B)**	**~A∧~B**
	~(A∧B)	**~A∨~B**
전건분리법칙	(p∨q)→r	(p→r)∨(q→r)
후건분리법칙	p→(q∧r)	(p→q)∧(p→r)

3) 부정의 의미를 기호화할 때 주의해야할 사항이 있다. 예를 들어 “수출이 감소하지 않는다.”를 ‘~수출감소’라고 기호화했다고 하자. 이 때 “수출이 증가한다.”를 어떻게 기호화할 것인가? ‘~수출감소’일까? 아니다! 이 경우에는 ‘수출증가’로 하는 편이 좋다. 왜냐하면 수출이 감소하지도 않고 증가하지도 않는 ‘수출이 이전의 추세와 비슷하게 유지되는’ 중간영역이 존재하기 때문이다. 부정의 기호를 사용할 때, 앞의 내용은 서로 공통부분이 없는 상반된 관계 즉 남자와 여자, 동쪽과 서쪽 등과는 다르다는 것에 유념하자.

4) 기호화된 "~(F∧F)"의 진리값은 드 모르간 법칙에 의하여 "~F∨~F"를 거쳐 "T∨T"가 되므로 참이다.

(3) 내용공략: 직접 증명법 vs 오류

직접 증명법을 이용하는 이유는 참거짓이 주어진 명제(전제)들을 바탕으로 추론한 새로운 진술의 타당성을 찾아내는 데 있다. 이 때 직접 증명법과 유사한 오류에 빠지지 않도록 유의하여야 한다.

① 직접 증명법

구 분	[전제1] 참이고,	[전제2] 참이면,	[결론] 따라서 참이다.
선언지 첨가법	−	p	$\therefore\ p \lor q$
		q	$\therefore\ p \lor q$
선언지 제거법	$p \lor q$	$\sim p$	$\therefore\ q$
	$p \lor q$	$\sim q$	$\therefore\ p$
연언지 연결법	p	q	$\therefore\ p \land q$
연언지 단순법	−	$p \land q$	$\therefore\ p$
	−	$p \land q$	$\therefore\ q$
삼단논법	$p \to q$	$q \to r$	$\therefore\ p \to r$
전건긍정법 <참고: '조건'명제>	$p \to q$	p	$\therefore\ q$
후건부정법 <참고: '대우'명제>	$p \to q$	$\sim q$	$\therefore\ \sim p$
단순양도법	$(p \to r) \land (q \to r)$	$p \lor q$	$\therefore\ r$
복합양도법	$(p \to q) \land (r \to s)$	$p \lor r$	$\therefore\ q \lor s$

② 오류

구 분	[전제1] 참이고,	[전제2] 참이라고 해서,	[결론] 참이라고 하면 ***오류***이다.
선언지 긍정의 오류	$p \lor q$	p	$\therefore\ \sim q$ (F)
전건부정의 오류 <참고: '이'의 명제>	$p \to q$	$\sim p$	$\therefore\ \sim q$ (F)
후건긍정의 오류 <참고: '역'의 명제>	$p \to q$	q	$\therefore\ p$ (F)

(4) 유형공략: 간접 증명(귀류법)

간접증명의 귀류법(歸謬法)이란 어떤 명제가 참임을 직접 증명하는 대신, 그 부정 명제가 참이라고 가정하여 그것의 불합리성을 증명함으로써 원래의 명제가 참인 것을 보여 주는 간접 증명법을 말한다. [표준국어대사전] 즉, 부정 명제에서 시작된 증명은 결국에 가서 모순된 결과가 나오기 때문에 애초에 그 명제를 거짓이라 부정해서는 안 되는 참인 명제로 긍정해야 한다는 증명 방법인 것이다. (≒배리법(背理法))

- 간접 증명(귀류법)[5]

'A→B'가 참이고 '~B'가 참이라고 할 때, 이를 이용하여 '~A'가 참임을 증명해야 한다고 가정해 보자. <아래>와 같이 직접 증명과 간접 증명은 과정상의 차이를 나타낸다.

직접 증명	간접 증명 (귀류)
[**전제1**] A→B (T)	[**전제1**] A→B (T)
[**전제2**] ~B (T)	[**전제2**] ~B (T)
[**결론**] ∴ ~A (T, ∵후건부정)	
	[가정] A를 참이라고 해보자.
	[추론] B 역시 참이다. (∵[전제1]전건긍정)
	[판단] 그러나 '~B'는 참이라고 전제하였으므로 이전의 추론은 타당하지 않다.
	[**결론**] 따라서 A는 참일 수 없고 거짓이다.

5) 간단한 직접증명이 있는데 복잡한 간접증명(귀류법)을 사용해야 하는지 궁금해 할 수 있다. 물론 간단한 직접 증명법이 있을 때에는 이를 먼저 사용하기를 권장한다. 하지만 경우의 수로 풀이하는 경우에는 그 풀이 과정에서 귀류의 원리를 활용하는 것이기에 귀류법을 소개하였다. (게다가 귀류법의 내용을 제시문으로 소개하는 PSAT 문제도 있었으므로 알아두는 것이 바람직하다고 본다.)

(5) 내용공략: 경우의 수[6)]

경우의 수는 제시문문제의 내용을 통해서 각 선택지의 진술을 판단할 새로운 정보가 더 이상 유도되기 어려울 때 활용된다. 즉 문제풀이의 경로가 하나여서 그 경로를 연속적인 단계로 푸는 방법도 있지만, 정보가 부족하거나 주어진 조건(ex. 두 진술 중 하나만 참) 등으로 인하여 어느 단계에서 경로가 둘 이상인 경우도 있을 수 있다. 이 때 경우의 수를 나누어 각 경우마다 직접/간접 증명을 활용하여 조건의 위배여부를 판단하며 풀이한다.

내 용 (기호화)	진리값과 **경우의 수**	
	if (~이면)	then (경우의 수는 ~이다.)
A 이거나, B 이다. (A∨B)	T	Ⅰ. A는 T, B는 F, Ⅱ. A는 F, B는 T, Ⅲ. **A도 T, B도 T.**
	F	Ⅰ. **A도 F, B도 F.**
A 이고, B 이다. (A∧B)	T	Ⅰ. **A도 T, B도 T.**
	F	Ⅰ. A는 T, B는 F, Ⅱ. A는 F, B는 T, Ⅲ. A도 F, B도 F.
만약 p이면 q이다. (p→q)	T	Ⅰ. p는 T, q는 T, Ⅱ. **p는 F, q는 T,** Ⅲ. **p도 F, q도 F.**
	F	Ⅰ. **p는 T, q는 F.**
만약 p이면 q이고, q이면 p이다. (p↔q)	T	Ⅰ. p도 T, q도 T, Ⅱ. p도 F, q도 F.
	F	Ⅰ. p는 T, q는 F Ⅱ. p는 F, q는 T

A와 B 모두 그러하다.(both A and B) ⇔ A 이고, B 이다.(A∧B)	T	Ⅰ. **A도 T, B도 T.**
	F	Ⅰ. A는 T, B는 F, Ⅱ. A는 F, B는 T, Ⅲ. A도 F, B도 F.
A와 B 모두 그러하지 아니하다. (neither A nor B) (⇔~A∧~B)	T	Ⅰ. **A도 F, B도 F.**
	F	Ⅰ. A도 T, B도 T, Ⅱ. A는 T, B는 F, Ⅲ. A는 F, B는 T.
A와 B 둘 중 하나**만** 그러하다. (either A or B)	T	Ⅰ. A는 T, B는 F, Ⅱ. A는 F, B는 T.
	F	Ⅰ. **A도 T, B도 T,** Ⅱ. **A도 F, B도 F.**

6) 선언명제와 가언명제 중 어느 것을 중심으로 경우의 수를 나누어 시작해야 하는지를 궁금해 할 수 있다. 사실상 어느 것을 중심으로 경우의 수를 나누던지 그 결과는 같게 나오므로 별 차이가 없다고 본다. 다만 제시문에서 정언명제의 진리값이 참으로 주어졌다면 이를 먼저 고려하는 것은 바람직하다. (참고로 문제에 따라서는 경우의 수를 나누어 풀이하다가 또 한 차례 경우의 수를 나누어서 풀이해야 하는 경우도 있음을 밝힌다.)