

# 손병익 기초 경제수학

## 1. 지수

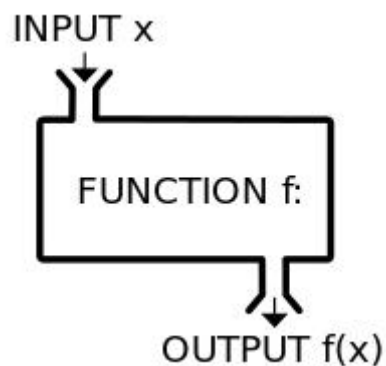
$$2 \times 2 \times 2 = 2^3 \quad / \quad 2^3 \times 2^5 = 2^8 \quad / \quad \frac{2^5}{2^2} = 2^3$$

$$2^{-1} = \frac{1}{2} \quad / \quad 2^{-2} = \frac{1}{2^2}$$

$$2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \quad / \quad 2^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad / \quad 2^0 = 1$$

## 2. 함수

1) 함수의 정의 : 독립변수에 따라 종속변수의 값이 결정되는 식



독립변수 (independent variable) : 입력값(input)이나 원인, 가로축에 위치

종속변수 (dependent variable) : 결과물(output)이나 효과, 세로축에 위치

2) 경제학에서 사용하는 여러 가지 함수

|        | 형태                        | 독립변수       | 종속변수  |
|--------|---------------------------|------------|-------|
| 수요함수   | $Q_x = f(P_x)$            | 가격         | 수요량   |
| 효용함수   | $U = f(X, Y)$             | X, Y재 소비량  | 효용    |
| 생산함수   | $Q_x = f(L, K)$           | 노동, 자본 투입량 | 생산량   |
| 비용함수   | $TC = f(Q)$               | 생산량        | 총비용   |
| 화폐수요함수 | $\frac{M^D}{P} = f(Y, r)$ | 소득, 이자율    | 화폐 수요 |
| 투자함수   | $I = f(r)$                | 이자율        | 투자    |

→ 경제학에서는 예외적으로 독립변수가 세로축에 오고 종속변수가 가로축에 오는 경우가 많음 (수요 공급 함수, 화폐수요 함수 등)

## 손병익 기초 경제수학

### 3) 1변수 함수 vs 다변수 함수

### 4) 함수의 기본적인 형태 - 1차 방정식

$$Y = aX + b : a \text{ 기울기 } b \text{ 절편}$$

$$\text{수요함수} : Q_x = f(P_x) \rightarrow Q = aP + b \rightarrow \text{역수요함수} : P = cQ + d$$

### 5) 기울기 : 독립변수(Input, 가로축 변수)의 증가량에 따른 종속변수(Output, 세로축 변수)의 증가량의 비율

$$\text{기울기의 계산} : \frac{Y}{X}$$

기울기의 의미 : 독립변수가 변할 때 종속변수가 얼마나 민감하게 변하는지의 정도  
두 변수의 상관관계

기울기가 양수이면 우상향 : 독립변수와 종속변수의 양의 관계

기울기가 음수이면 우하향 : 독립변수와 종속변수의 음의 관계

### 6) 그래프로 나타낸 함수

수요함수

비용함수

투자함수

## 손병익 기초 경제수학

### 3. 총, 평균, 한계

#### 1) 총 평균 한계의 관계

총 : 독립변수의 투입에 따라 결정되는 종속변수의 총 값

평균(Average) : 총 값의 평균. 독립변수 단위당 평균적인 종속변수의 값

한계(Marginal) : 독립변수가 1단위 변화할 때 종속변수의 변화 정도 / 총변수의 증분

| 노동투입량 | 총생산량 | 평균생산 | 한계생산 |
|-------|------|------|------|
| 1     | 8    | 8    | 8    |
| 2     | 14   | 7    | 6    |
| 3     | 19   | 6.33 | 5    |
| 4     | 22   | 5.5  | 3    |
| 5     | 24   | 4.8  | 2    |

|      | 독립변수   | 종속변수    | 평균값                   | 한계값                   |
|------|--------|---------|-----------------------|-----------------------|
| 효용함수 | X재 소비량 | 개인의 총효용 | 평균효용( $AU_X$ )        | 한계효용( $MU_X$ )        |
| 생산함수 | 노동 투입량 | X재 총생산량 | 노동의<br>평균생산( $AP_L$ ) | 노동의<br>한계생산( $MP_L$ ) |
| 비용함수 | X재 생산량 | 총 비용    | 평균비용( $AC_X$ )        | 한계비용( $MC_X$ )        |

한계 효용 : X재를 한 단위 추가 소비함으로서 얻는 총 효용의 증가분

노동의 한계생산 : 노동을 한 단위 추가 고용함으로 얻는 총생산의 증가분

한계 비용 : X재를 한 단위 추가 생산함으로 발생하는 총 비용의 증가분

#### 2) 평균을 구하는 방법 : 종속변수/독립변수

원점에서 출발하는 직선의 기울기

종속변수와 독립변수의 전체적인 상관관계

: 현재까지 발생한 모든 변화를 확인하기 위함

|      | 평균값                   | 계산               | 예                |  |
|------|-----------------------|------------------|------------------|--|
| 효용함수 | 평균효용( $AU_X$ )        | $\frac{TU_X}{X}$ | $U = 2XY$        |  |
| 생산함수 | 노동의<br>평균생산( $AP_L$ ) | $\frac{TP_L}{L}$ | $Q = 2L^2K$      |  |
| 비용함수 | 평균비용( $AC_X$ )        | $\frac{TC}{X}$   | $TC = 4Q^2 + 5Q$ |  |

## 손병익 기초 경제수학

### 3) 한계를 구하는 방법 : 수리적 : 미분

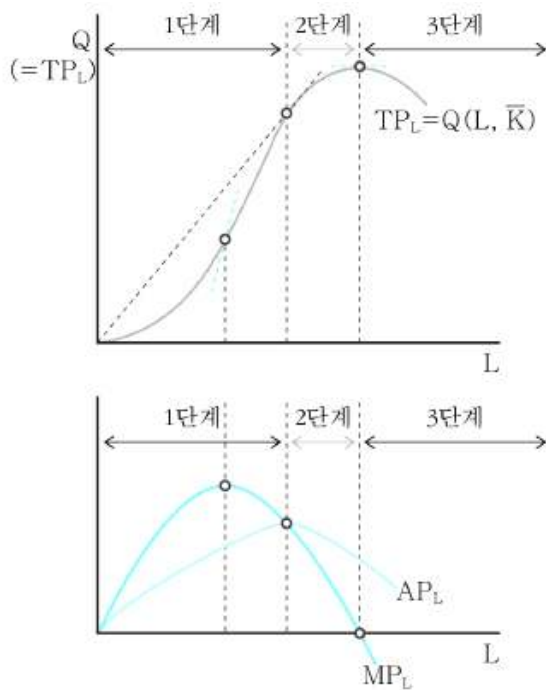
접선의 기울기

종속변수와 독립변수의 순간적인 상관 관계

: 현재 상태에서 독립변수가 순간적으로 변할 때  
종속변수의 순간적인 변화를 확인하기 위함

### 4) 미분 : 미세한 부분

- 독립변수가 미세하게 변할 때 종속변수가 순간적으로 얼마나 변하는지 확인하기 위함
- 접선의 기울기로 확인 가능
- 기울기는 두 변수간의 관계를 나타내는 것이므로, 접선의 기울기를 통해 순간적인 두 변수간의 상관관계를 확인할 수 있음
- 경제학에서는 한계값을 통해 추가적인 생산 혹은 소비에 관한 의사결정을 진행함



미분 하는 방법 : 확인하고 싶은 독립변수로 종속변수 값을 미분

예) 한계효용( $MU_X$ ) :  $X$ 재를 한 단위 추가 소비함으로써 얻는 총 효용의 증가분

→ 총 효용을  $X$ 로 미분

노동의 한계생산( $MP_L$ ) : 노동을 한 단위 추가 고용함으로써 얻는 총생산의 증가분

→ 총 생산을  $L$ 로 미분

한계비용( $MC_X$ ) :  $X$ 재를 한 단위 추가 생산함으로써 발생하는 총 비용의 증가분

→ 총 비용을  $X$ 로 미분

1변수 함수라면 해당 변수로 미분, 다변 함수라면 해당 변수 이외의 변수는 상수로 놓고 미분

## 손병익 기초 경제수학

1. 소비자의 효용함수가  $U = 2X^2 Y^5$ 일 때 이 소비자의 X재의 한계효용과 Y재의 한계효용은 각각 얼마인가

2. 소비자의 효용함수가  $U = 3X + 7Y$ 일 때 소비자의 X재의 한계효용과 Y재의 한계효용은 각각 얼마인

3. 한 기업의 생산함수가  $Q = 3LK^2$ 일 때, 노동을 1단위 추가 고용함으로써 증가하는 총생산은 얼마인가?  
또한 자본을 1단위 추가 고용함으로써 증가하는 총생산은 얼마인가?

4. 한 기업의 평균비용함수가  $AC = 2Q + 3$ 일 때 이 기업의 한계비용은 얼마인가?

5. 한 독점기업이 직면하는 시장수요함수가  $P = 3Q + 5$ 일 때, 이 기업의 평균 수입 및 한계수입은 각각 얼마인가?

5) 접선의 기울기를 통해 구하는 함수의 극대와 극소

미분을 통해 구한 접선의 기울기 : 순간적인 독립변수와 종속변수의 상관 관계

접선의 기울기  $> 0$  : 독립변수 증가시 종속변수가 증가하고 있음

접선의 기울기  $< 0$  : 독립변수 증가시 종속변수가 감소하고 있음

접선의 기울기  $= 0$  : 독립변수 증가시 종속변수가 변동이 없는 상내  $\rightarrow$  극대 혹은 극소값

#### 4. 현재가치의 할인 (NPV, 채권가격)

$$PV = \frac{FV}{(1+r)^n}$$

PV : 현재가치 / FV : 미래가치 / r : 이자율 / n : 기간

##### 1) 채권의 현재가치

만기가 5년인 이표채가 있다. 매해 말일에 10,000원의 이자를 지급 받고, 5년후 만기시 100,000원의 원금을 돌려 받는 이 채권의 현재 가격은 얼마인가? 단 현재 시장 이자율은 10%이다)

##### 2) 투자안의 현재가치(NPV)

어떤 투자안을 실행하면 현재 10,000원의 비용이 지출되고, 이후 5년동안 매년 말 3,000원의 수익이 4년간 발생한다고 한다. 현재 시장의 이자율이 10%인 경우 NPV법을 사용하는 투자자는 이 투자안에 투자할 것인가?

## 손병익 기초 경제수학

### 5. 변화율 공식

$$A = B \times C \rightarrow \Delta A\% = \Delta B\% + \Delta C\%$$

$$A = \frac{B}{C} \rightarrow \Delta A\% = \Delta B\% - \Delta C\%$$

$$A = \frac{B \times C}{D} \rightarrow \Delta A\% = \Delta B\% + \Delta C\% - \Delta D\%$$

#### 1) 고전학파의 교환방정식

$$MV = PY \rightarrow \Delta M\% + \Delta V\% = \Delta P\% + \Delta Y\%$$

한 경제의 물가 상승률이 2%, 실질 생산 증가율이 5%일 때, 이 경제의 통화량 증가율은 얼마인가?

#### 2) 총 수입의 변화

$$TR = P \times Q \rightarrow \Delta TR\% = \Delta P\% + \Delta Q\%$$

한 기업이 판매하는 상품의 가격이 5% 상승했을 때, 이 기업의 총 수입이 10% 감소하였다고 한다. 이 때 해당 제품의 수요량은 얼마나 변화하였는가?

#### 3) 성장회계 방정식

$$Y = AL^a K^{(1-a)} \rightarrow \Delta Y\% = \Delta A\% + a \Delta L\% + (1-a) \Delta K\%$$

한 경제의 생산함수가  $Y = 2L^{0.3}K^{0.7}$ 이라고 할 때, 노동이 3%, 자본이 14% 증가하였다면 이 경제의 성장률은 얼마인가? 단, 기술수준은 변화가 없다고 가정한다.