

## 2017년 서울시 9급 수학 기출문제 해설 (2)

유상현·문미란 교수 | 박문각남부고시학원

11.  $f(x)=x^4+4x-a^2+4a+8$ 일 때 모든 실수  $x$ 에 대하여 부등식  $f(x) > 0$ 이 항상 성립하기 위한 모든 정수  $a$ 의 값의 합은?

- ① 10
- ② 11
- ③ 12
- ④ 13

[정답] ①

[해설]

$$f'(x)=4x^3+4=4(x^3+1)$$

$x=-1$ 에서 극솟값을 갖는다.

$$f(-1)=-a^2+4a+5 > 0$$

$$(a-5)(a+1) < 0$$

$$a=0, 1, 2, 3, 4$$

$a$ 의 합=10

12. 좌표평면 위의 두 점  $P(0, -6)$ ,  $Q(2, -4)$ 와 원  $x^2+y^2=2$  위의 임의의 한 점  $R$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형  $PQR$ 이 있을 때, 삼각형  $PQR$ 의 넓이의 최솟값은?

- ① 4
- ②  $4\sqrt{2}$
- ③ 8
- ④  $8\sqrt{2}$

[정답] ①

[해설]

$$\overline{PQ}=2\sqrt{2}$$

$\overline{PQ}$ 를 지나는 직선의 방정식은  $y=x-6$

직선부터 원 위의 한 점까지의 최솟값=중심-직선까지거리-반지름

$$\frac{6}{\sqrt{2}} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{넓이의 최솟값} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 4$$

13.  $z = \frac{2}{1+i}$ 일 때,  $z^2 - 2z + 3$ 의 값은?

- ① -3
- ② -1

- ③ 1
- ④ 3

[정답] ③

[해설]

$$z = \frac{2}{1+i} = 1-i$$

$$z-1 = -i$$

$$z^2 - 2z + 1 = -1$$

$$z^2 - 2z + 3 = 1$$

14. 삼차 이상의 다항식  $f(x)$ 를  $x-1$ 로 나눈 나머지는 5,  $(x-2)^2$ 으로 나눈 나머지는  $x+3$ 이다.  $f(x)$ 를  $(x-1)(x-2)^2$ 으로 나눈 나머지를  $R(x)$ 라고 할 때  $R(2)$ 의 값은?

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7

[정답] ②

[해설]

$$f(x) = (x-1)(x-2)^2 Q(x) + R(x)$$

$f(x)$ 를  $(x-2)^2$ 으로 나눈 나머지가  $x+3$ 이므로

$$R(x) = a(x-2)^2 + x + 3$$

$$f(1) = R(1) = a + 4 = 5$$

$$a = 1$$

$$R(x) = (x-2)^2 + x + 3$$

$$R(2) = 5$$

15. 두 곡선  $y = x^2 - 4x + 3$ ,  $y = -x^2 + 8x - 13$ 이 점  $P(a, b)$ 에 대하여 대칭일 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.)

- ① 0
- ② 2
- ③ 4
- ④ 6

[정답] ③

[해설]

두 꼭짓점이  $(a, b)$ 에 대해 대칭이다.

두 꼭짓점이  $(2, -1), (4, 3)$ 이므로

$$a = 3, b = 1$$

$$a + b = 4$$

16. 다항식  $(x^2+2x)(x^2+2x-2)-3$ 을 인수분해하면  $(x+a)^2(x-1)(x+b)$ 일 때,  $ab$ 의 값은?

- ① -3
- ② -1
- ③ 1
- ④ 3

[정답] ④

[해설]

$x^2+2x=t$ 라 하면

$$\begin{aligned}t^2-2t-3 &= (t+1)(t+3) = (x^2+2x+1)(x^2+2x-3) \\ &= (x+1)^2(x+3)(x-1)\end{aligned}$$

$$a=1, b=3$$

$$ab=3$$

17.  $x$ 에 대한 이차부등식  $x^2-4x+4-k^2 \leq 0$ 의 정수의 해의 합이 14일 때, 자연수  $k$ 의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4

[정답] ③

[해설]

$$\begin{aligned}x^2-4x+4-k^2 &= x^2-4x+(2-k)(2+k) \\ &= (x-(2-k))(x-(2+k))\end{aligned}$$

$$2-k \leq x \leq 2+k$$

만족하는 정수  $x$ 의 개수는  $2k+1$

$$\frac{(2-k) + (2+k)}{2} \times (2k+1) = 2(2k+1) = 14$$

$$k=3$$

18. 똑같은 사탕 8개를 똑같은 접시 4개에 나누어 담는 방법의 수는? (단, 각 접시에는 적어도 한 개의 사탕을 담는다.)

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7

[정답] ②

[해설]

$$(5, 1, 1, 1)$$

$$(4, 2, 1, 1)$$

- (3, 3, 1, 1)
- (3, 2, 2, 1)
- (2, 2, 2, 2)

19. 서로 구별되지 않는 12개의 노트를 A, B, C 세 명에게 모두 나누어 주려고 한다. A에게는 적어도 1개, B에게는 적어도 3개, C에게는 적어도 2개의 노트를 나누어 주는 방법의 수는?

- ① 21
- ② 28
- ③ 34
- ④ 42

[정답] ②

[해설]

서로 같은 6개의 노트를 다른 사람에게 나누어는 것이므로 중복조합이다.

$${}_3H_6 = {}_8C_6 = {}_8C_2 = 28$$

20. 어느 학급은 남학생 20명, 여학생 16명으로 이루어져 있다. 이 학급의 모든 학생은 중국어와 일본어 중 한 과목만 수업을 받는다고 한다. 남학생 중에서 중국어 수업을 받는 학생은 12명이고, 여학생 중에서 일본어 수업을 받는 학생은 10명이다. 이 학급에서 선택된 한 학생이 중국어 수업을 받는다고 할 때, 이 학생이 남학생일 확률은?

- ①  $\frac{1}{6}$
- ②  $\frac{1}{3}$
- ③  $\frac{1}{2}$
- ④  $\frac{2}{3}$

[정답] ④

[해설]

	중국어	일본어	계
남학생	12	8	20
여학생	6	10	16
계	18	18	36

$$\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$