

2017년 서울시 9급 수학 기출문제 해설 (1)  
유상현·문미란 교수 | 박문각남부고시학원

1. 두 함수  $f(x)=ax+2$ ,  $g(x)=2x$ 에 대하여  $(f \circ g)(4)=(g \circ f)(3)$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은?  
 ① 1  
 ② 2  
 ③ 3  
 ④ 4

[정답] ①

[해설]

$$(f \circ g)(4)=f(g(4))=f(8)=8a+2$$

$$(g \circ f)(3)=g(f(3))=g(3a+2)=6a+4$$

$$8a+2=6a+4$$

$$a=1$$

2. 역함수가 존재하는 함수  $f$ 가  $f(3x-1)=9x-5$ 를 만족시킬 때,  $f(1)+f^{-1}(1)$ 의 값은?  
 ① 0  
 ② 1  
 ③ 2  
 ④ 3

[정답] ③

[해설]

식의 양 변에  $x=\frac{1}{2}$ 를 대입하면  $f(1)=1$ 이므로

$$f^{-1}(1)=1$$

$$f(1)+f^{-1}(1)=2$$

3. 100 이하인 자연수 중에서 3으로 나누었을 때, 나머지가 2인 모든 수의 합은?  
 ① 1644  
 ② 1646  
 ③ 1648  
 ④ 1650

[정답] ④

[해설]

3으로 나누었을 때 나머지가 2인 수를 수열로 표현하면  $a_n=3n-1$

100이하의 자연수 이므로 마지막 항은  $a_{33}=98$

$$\frac{(2+98)}{2} \times 33 = 1650$$

4. 어느 학교 80명의 학생이 영어, 수학 두 과목의 특기적성 중 적어도 한 과목을 신청하였다. 영어를 신청한 학생이 54명, 수학을 신청한 학생이 47명일 때, 수학만 신청한 학생의 수는?

- ① 23명
- ② 26명
- ③ 29명
- ④ 32명

[정답] ②

[해설]

$$n(\text{영} \cup \text{수}) = n(\text{영}) + n(\text{수}) - n(\text{수} \cap \text{영})$$

$$n(\text{수}) - n(\text{수} \cap \text{영}) = n(\text{영} \cup \text{수}) - n(\text{영}) = 80 - 54 = 26$$

5.  $x = 4^{\frac{1}{6}} + 4^{-\frac{1}{6}}$  일 때,  $2x^3 - 6x$ 의 값은?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5

[정답] ④

[해설]

$$4^{\frac{1}{6}} = t \text{라 하면 } 4^{-\frac{1}{6}} = t^{-1}$$

$$x = t + t^{-1}$$

$$x^3 = t^3 + t^{-3} + 3(t + t^{-1})$$

$$= t^3 + t^{-3} + 3x$$

$$2x^3 - 6x = 2(t^3 + t^{-3}) = 2(4^{\frac{1}{2}} + 4^{-\frac{1}{2}}) = 2(2 + \frac{1}{2}) = 5$$

6. 1이 아닌 양수 a, b에 대하여 등식  $\frac{1}{\log_2 b} + \frac{1}{\log_4 b} + \frac{1}{\log_8 b} = \frac{2}{\log_a b}$ 가 성립 할 때, a의 값은?

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8

[정답] ④

[해설]

$$\frac{1}{\log_2 b} + \frac{1}{\log_4 b} + \frac{1}{\log_8 b} = \log_b 2 + \log_b 4 + \log_b 8 = \log_b 2^6$$

$$\frac{2}{\log_a b} = 2 \log_b a = \log_b a^2$$

$$\log_b 2^6 = \log_b a^2$$

$$a = 8$$

7. 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(x) = x^2 + x + 1$ 일 때,  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2) - f(1)}{x^3 - 1}$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

[정답] ①

[해설]

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2) - f(1)}{x^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x^2) \cdot 2x}{3x^2} = \frac{2}{3} f'(1)$$

$$f'(x) = 2x + 1$$

$$\frac{2}{3} f'(1) = 2$$

8. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x) = x^2 + ax$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+2h) - f(3)}{h} = 10$ 일 때,

상수  $a$ 의 값은?

① -1

② 1

③ 3

④ 5

[정답] ①

[해설]

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+2h) - f(3)}{2h} \cdot 2 = 2f'(3) = 10$$

$$f'(3) = 5$$

$$f'(x) = 2x + a$$

$$f'(3) = 6 + a = 5$$

$$a = -1$$

9.  $x \neq 1$ 인 모든 실수  $x$ 에서 연속인 함수  $f(x)$ 가  $(x^3 + 1)f(x) = \frac{x}{x-1} - \frac{x^2}{2}$ 을 만족시킬 때,  $f(-1)$ 의

값은?

- ①  $-\frac{1}{4}$
- ②  $\frac{1}{2}$
- ③  $\frac{3}{4}$
- ④ 1

[정답] ①

[해설]

$$(x^3+1)f(x) = \frac{2x - x^2(x-1)}{2(x-1)} = \frac{-x(x-2)(x+1)}{2(x-1)}$$

$$f(x) = \frac{-x(x-2)(x+1)}{2(x-1)(x^3+1)} = \frac{-x(x-2)}{2(x-1)(x^2-x+1)} \quad (x \neq -1)$$

f(x)는 x=-1에서 연속이므로

$$f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \frac{1}{4}$$

10. 함수 f(x)가 임의의 실수 x에 대하여  $f(x) = x^3 - x \int_0^2 f(t) dt$ 를 만족시킬 때, f(3)의 값은?

- ① 14
- ② 18
- ③ 22
- ④ 26

[정답] ③

[해설]

$$\int_0^2 f(t) dt = k \text{라 하면, } f(x) = x^3 - x + k$$

$$\begin{aligned} \int_0^2 f(t) dt &= \int_0^2 (t^3 - t + k) dt \\ &= \left[ \frac{1}{4}t^4 - \frac{1}{2}t^2 + kt \right]_0^2 \end{aligned}$$

$$= 2 + 2k = k$$

$$k = -2$$

$$f(x) = x^3 - x - 2$$

$$f(3) = 22$$