

2017년 9급 서울시 수학 A형 해설지

남부고시 수학 유상현팀

1 정답 1

$$(f \circ g)(4) = f(g(4)) = f(8) = 8a + 2$$

$$(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(3a + 2) = 6a + 4$$

$$8a + 2 = 6a + 4$$

$$a = 1$$

2 정답 3

식의 양 변에 $x = \frac{1}{2}$ 를 대입하면

$$f(1) = 1$$

$$f(1) = 1 \text{이므로 } f^{-1}(1) = 1$$

$$f(1) + f^{-1}(1) = 2$$

3 정답 4

3으로 나누었을 때 나머지가 2인 수를
수열로 표현하면 $a_n = 3n - 1$

100이하의 자연수 이므로 마지막 항은 $a_{33} = 98$

$$\frac{(2+98)}{2} \times 33 = 1650$$

4 정답 2

$$n(\text{영} \cup \text{수}) = n(\text{영}) + n(\text{수}) - n(\text{수} \cap \text{영})$$

$$n(\text{수}) - n(\text{수} \cap \text{영}) = n(\text{영} \cup \text{수}) - n(\text{영}) = 80 - 54 = 26$$

5 정답 5

$$4^{\frac{1}{6}} = t \text{라 하면 } 4^{-\frac{1}{6}} = t^{-1}$$

$$x = t + t^{-1}$$

$$x^3 = t^3 + t^{-3} + 3(t + t^{-1})$$

$$= t^3 + t^{-3} + 3x$$

$$2x^3 - 6x = 2(t^3 + t^{-3}) = 2(4^{\frac{1}{2}} + 4^{-\frac{1}{2}}) = 2(2 + \frac{1}{2}) = 5$$

6 정답 4

$$\frac{1}{\log_2 b} + \frac{1}{\log_4 b} + \frac{1}{\log_8 b} = \log_b 2 + \log_b 4 + \log_b 8 = \log_b 2^6$$

$$\frac{2}{\log_a b} = 2 \log_b a = \log_b a^2$$

$$\log_b 2^6 = \log_b a^2$$

$$a = 8$$

7 정답 1

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2) - f(1)}{x^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x^2) \cdot 2x}{3x^2} = \frac{2}{3} f'(1)$$

$$f'(x) = 2x + 1$$

$$\frac{2}{3} f'(1) = 2$$

8 정답 1

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+2h) - f(3)}{2h} \cdot 2 = 2f'(3) = 10$$

$$f'(3) = 5$$

$$f'(x) = 2x + a$$

$$f'(3) = 6 + a = 5$$

$$a = -1$$

9 정답 1

$$(x^3 + 1)f(x) = \frac{2x - x^2(x-1)}{2(x-1)} = \frac{-x(x-2)(x+1)}{2(x-1)}$$

$$f(x) = \frac{-x(x-2)(x+1)}{2(x-1)(x^3 + 1)} = \frac{-x(x-2)}{2(x-1)(x^2 - x + 1)} \quad (x \neq -1)$$

$f(x)$ 는 $x = -1$ 에서 연속이므로

$$f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \frac{1}{4}$$

10 정답 3

$$\int_0^2 f(t) dt = k \text{라 하면, } f(x) = x^3 - x + k$$

$$\int_0^2 f(t) dt = \int_0^2 (t^3 - t + k) dt$$

$$= \left[\frac{1}{4}t^4 - \frac{1}{2}t^2 + kt \right]_0^2$$

$$= 2 + 2k = k$$

$$k = -2$$

$$f(x) = x^3 - x - 2$$

$$f(3) = 22$$

11 정답 1

$$f'(x) = 4x^3 + 4 = 4(x^3 + 1)$$

$x = -1$ 에서 극솟값을 갖는다.

$$f(-1) = -a^2 + 4a + 5 > 0$$

$$(a-5)(a+1) < 0$$

$$a = 0, 1, 2, 3, 4$$

$$a \text{의 합} = 10$$

12 정답 1

$$\overline{PQ} = 2\sqrt{2}$$

\overline{PQ} 를 지나는 직선의 방정식은 $y = x - 6$

직선부터 원 위의 한 점까지의 최솟값

= 중심-직선까지거리 - 반지름

$$\frac{6}{\sqrt{2}} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{넓이의 최솟값} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 4$$

13 정답 3

$$z = \frac{2}{1+i} = 1-i$$

$$z-1 = -i$$

$$z^2 - 2z + 1 = -1$$

$$z^2 - 2z + 3 = 1$$

14 정답 2

$$f(x) = (x-1)(x-2)^2 Q(x) + R(x)$$

$f(x)$ 를 $(x-2)^2$ 으로 나눈 나머지가 $x+3$ 이므로

$$R(x) = a(x-2)^2 + x + 3$$

$$f(1) = R(1) = a+4 = 5$$

$$a = 1$$

$$R(x) = (x-2)^2 + x + 3$$

$$R(2) = 5$$

15 정답 3

두 꼭짓점이 (a, b) 에 대해 대칭이다.

두 꼭짓점이 $(2, -1), (4, 3)$ 이므로

$$a = 3, b = 1$$

$$a+b = 4$$

16 정답 4

$$x^2 + 2x = t \text{라 하면}$$

$$\begin{aligned} t^2 - 2t - 3 &= (t+1)(t-3) = (x^2 + 2x + 1)(x^2 + 2x - 3) \\ &= (x+1)^2(x+3)(x-1) \end{aligned}$$

$$a = 1, b = 3$$

$$ab = 3$$

17 정답 3

$$\begin{aligned} x^2 - 4x + 4 - k^2 &= x^2 - 4x + (2-k)(2+k) \\ &= (x-(2-k))(x-(2+k)) \end{aligned}$$

$$2-k \leq x \leq 2+k$$

만족하는 정수 x 의 개수는 $2k+1$

$$\frac{(2-k)+(2+k)}{2} \times (2k+1) = 2(2k+1) = 14$$

$$k = 3$$

18 정답 2

$$(5, 1, 1, 1)$$

$$(4, 2, 1, 1)$$

$$(3, 3, 1, 1)$$

$$(3, 2, 2, 1)$$

$$(2, 2, 2, 2)$$

19 정답 2

서로 같은 6개의 노트를 다른 사람에게 나누어주는 것이므로 중복조합이다.

$${}_3H_6 = {}_8C_6 = {}_8C_2 = 28$$

20 정답 4

	중국어	일본어	계
남학생	12	8	20
여학생	6	10	16
계	18	18	36

$$\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$