

임용 전공물리 Master Key 시리즈

정승현 고전역학 전자기학

정승현 편저

최고의
문제집
임용
문경이
www.pmg.co.kr

pmg 박문각

임용 전공물리 Master Key 시리즈

정승현 고전역학 전자기학

정승현 편저

정승현
바문각 임용

중앙상업의 | www.pmg.co.kr

바문각
PMG

고전역학의 탄생은 뉴턴으로부터 시작되었습니다. 경험주의 철학의 부분적 지류로써의 과학을 하나의 학문으로 탄생시킨 계기를 마련해줍니다. 경험과 추상적 해석이 아닌 가설에 의한 예측 및 실험적 증명으로 기존 관측적 데이터의 타당성을 이끌어 내게 됩니다. 케플러와 그의 스승인 티코 브라헤가 수십 년간 행성을 관측하여 행성 법칙을 정립해 나갔는데, 뉴턴은 중력의 가설과 미적분의 고안으로 수식적으로 아름답게 증명해버립니다. 이는 이유를 알 수 없는 귀납적 추론이 아닌 가설에 의해 자연을 보다 더 심도있게 이해하는 시야를 선사해줍니다. 나아가 미적분의 탄생은 전혀 다른 양들의 연결고리로 실체를 구조화해 나가게 됩니다. 시간에 따른 위치변화를 속도로, 그리고 속도의 변화를 가속도라는 물리량으로 점차 확장시킵니다. 이로써 우리는 물체에 어떠한 힘이 작용할 때 초기 위치와 속도의 정보가 주어지면 임의의 시간에 위치와 속도 물리량을 모두 알 수 있다는 고전역학의 핵심에 도달하게 됩니다.

전자기학은 힘의 개념을 장(場)으로 확장하는 계기를 마련해줍니다. 고전역학에서 중력이 작용하는 공간을 중력장이라 하면, 전자기학은 전하에 의한 힘이 작용하는 공간을 전기장, 자기적 성질에 의한 힘이 작용하는 공간을 자기장으로 정의해나갑니다. 그리고 힘을 이 장의 개념을 구조화해서 이해하게 됩니다. 나아가 다양한 실험법칙을 맥스웰이 수식적으로 통합시켜 결국 빛이 전자기파 현상임을 밝히게 됩니다. 이후 전자기 파동방정식에서 빛의 속력이 관측자에 무관하게 상수라는 사실을 확인하게 되는데, 이것이 고전역학의 완벽성의 종말과 동시에 특수 상대론의 탄생을 돕는 산파적 역할을 하게 됩니다.

과학은 세계관 속에서 완벽을 추구하고 점차 새로운 것의 발견으로 보완되거나 발전해나가는 여정 속에 있습니다.

그리고 어떠한 제한 조건 속에서 고전역학과 전자기학이 의미를 갖게 되므로 우리는 이를 배우고 익히게 됩니다. 특수 상대론의 탄생으로 고전역학이 엄밀하게 틀렸음을 알게 되었지만, 우리는 속력이 작은 세계에서는 고전역학의 효능성을 무시할 수 없습니다. 제가 이해하는 고전역학과 전자기학의 이면을 취지에 맞게 기술하였습니다. 이 책을 경험하는 분께 도움이 되길 바랍니다.

저자 정승현

가이드 물리에 필요한 수학

1. 벡터 및 좌표계

(1) 두 벡터의 내적(inner product, scalar product, dot product)

두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 의 내적은 다음과 같이 정의된다.

$$\vec{a} = (a_1, a_2), \vec{b} = (b_1, b_2)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\theta) = a_1 b_1 + a_2 b_2$$

벡터의 내적은 상대벡터로 연직선을 그렸을 때 두 벡터의 수평성분의 곱이다.

(2) 두 벡터의 외적(vector product, cross product)

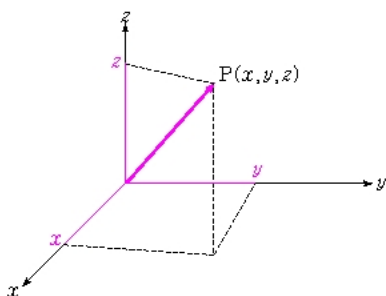
두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 의 외적은 다음과 같이 정의된다.

$$\vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin(\theta) \vec{n}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = (a_y b_z - a_z b_y) \hat{x} + (a_z b_x - a_x b_z) \hat{y} + (a_x b_y - a_y b_x) \hat{z}$$

벡터의 외적은 두 벡터가 이루는 평행사변형의 넓이와 방향은 평행사변형과 수직인 방향이다.
회전 파트에서 주로 사용된다.

(3) 좌표계



① 직교 좌표계: x , y , z 축 각 수직을 이루는 3차원 일반적인 좌표계이다. 평행이동 대칭성이 있어서 일반적인 병진운동에서 많이 활용된다.

직교 좌표계는 회전 대칭성과는 별개로 평행이동 대칭성을 관계에 있으므로 단위벡터를 시간에 대해 미분한

$$\text{값 즉, } \frac{d\hat{x}}{dt} = \frac{d\hat{y}}{dt} = \frac{d\hat{z}}{dt} = 0$$

• 단위벡터: $\hat{x}$, $\hat{y}$, $\hat{z}$

• 위치, 속도, 가속도

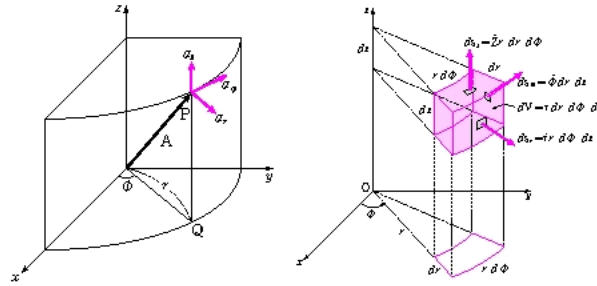
$$\vec{s} = \overrightarrow{OP} = (x, y, z) = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} = (v_x, v_y, v_z) = \dot{x}\hat{x} + \dot{y}\hat{y} + \dot{z}\hat{z}$$

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{s}}{dt^2} = (a_x, a_y, a_z) = \ddot{x}\hat{x} + \ddot{y}\hat{y} + \ddot{z}\hat{z}$$

• 미소 부피: $dV = dx dy dz$

- ② 원통형 좌표계: ρ, ϕ, z 축 각 수직을 이루는 3차원 좌표계이다. x, y 평면 회전 대칭성 및 z 축 평행이동 대칭성이 있다.



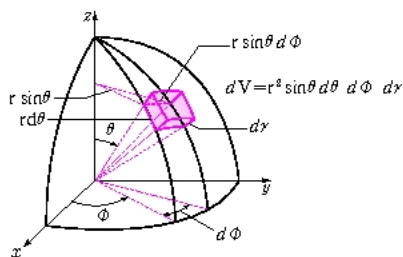
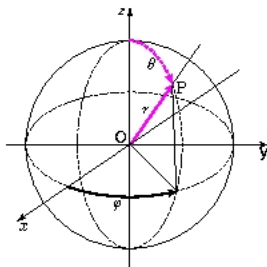
- 단위벡터 $\hat{\rho}, \hat{\phi}, \hat{z}$: 원통형 좌표계에서 단위벡터 $\hat{\rho}, \hat{\phi}$ 는 회전 대칭성을 가지므로 회전하게 되면 시간에 따라 단위벡터의 방향이 바뀌게 된다. 즉, 시간에 대한 상수가 아니다.
- 위치, 속도, 가속도

$$\begin{aligned}\vec{s} &\equiv \vec{OP} = (x, y, z) = (\rho \cos \phi, \rho \sin \phi, z) = \vec{\rho} + \vec{z} = \rho \hat{\rho} + z \hat{z} \\ \frac{d\vec{s}}{dt} &= (\dot{\rho} \cos \phi - \rho \dot{\phi} \sin \phi, \dot{\rho} \sin \phi + \rho \dot{\phi} \cos \phi, \dot{z}) = \dot{\rho} \hat{\rho} + \rho \dot{\phi} (-\sin \phi, \cos \phi) + \dot{z} \hat{z} \\ \vec{v} &= \frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{d}{dt} (\vec{\rho} + \vec{z}) = \frac{d}{dt} (\rho \hat{\rho} + z \hat{z}) = \dot{\rho} \hat{\rho} + \rho \dot{\phi} \hat{\phi} + \dot{z} \hat{z} \\ \vec{v} &= \frac{d\vec{s}}{dt} = (v_\rho, v_\phi, v_z) = \dot{\rho} \hat{\rho} + \rho \dot{\phi} \hat{\phi} + \dot{z} \hat{z} \\ \therefore \dot{\rho} &= \dot{\phi} \hat{\phi} \\ \hat{\phi} &= (-\sin \phi, \cos \phi) \\ \dot{\hat{\phi}} &= \dot{\phi} (-\cos \phi, -\sin \phi) = -\dot{\phi} \hat{\rho} \\ \vec{a} &= (a_\rho, a_\phi, a_z) = \frac{d}{dt} (\dot{\rho} \hat{\rho} + \rho \dot{\phi} \hat{\phi} + \dot{z} \hat{z}) \\ &= \ddot{\rho} \hat{\rho} + \dot{\rho} \dot{\phi} \hat{\phi} + \rho \ddot{\phi} \hat{\phi} + \rho \dot{\phi} \dot{\hat{\phi}} + \ddot{z} \hat{z} \\ &= (\ddot{\rho} - \rho \dot{\phi}^2) \hat{\rho} + (\rho \ddot{\phi} + 2\dot{\rho} \dot{\phi}) \hat{\phi} + \ddot{z} \hat{z}\end{aligned}$$

- 미소 부피: $dV = d\rho(d\phi)dz = \rho d\rho d\phi dz$

가이드 물리학에 필요한 수학

③ 구면 좌표계: r, θ, ϕ 축 각 수직을 이루는 3차원 좌표계이다. ϕ, θ 회전 대칭성이 있다.



- 단위벡터: $\hat{r}, \hat{\theta}, \hat{\phi}$ 구면 좌표계에서 $\hat{r}, \hat{\theta}, \hat{\phi}$ 는 회전 대칭성을 가지므로 회전하게 되면 시간에 따라 단위벡터의 방향이 바뀌게 된다. 즉, 시간에 대한 상수가 아니다.

- 위치, 속도

$$\vec{s} \equiv \vec{OP} = (x, y, z) = (r \sin \theta \cos \phi, r \sin \theta \sin \phi, r \cos \theta) = r \hat{r}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{s}}{dt} &= (\dot{r} \sin \theta \cos \phi + r \dot{\theta} \cos \theta \cos \phi - r \dot{\phi} \sin \theta \sin \phi, \\ &\quad \dot{r} \sin \theta \sin \phi + r \dot{\theta} \cos \theta \sin \phi + r \dot{\phi} \cos \theta \cos \phi, \dot{r} \cos \theta - r \dot{\theta} \sin \theta) \\ &= \dot{r} \hat{r} + r \sin \theta \dot{\phi} (-\sin \phi, \cos \phi, 0) + r \dot{\theta} (\cos \theta \cos \phi, \cos \theta \sin \phi, -\sin \theta) \end{aligned}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} = \dot{r} \hat{r} + r \dot{\theta} \hat{\theta}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} = (v_r, v_\theta, v_\phi) = \dot{r} \hat{r} + r \dot{\theta} \hat{\theta} + r \sin \theta \dot{\phi} \hat{\phi}$$

$$\therefore \hat{r} = \dot{\theta} \hat{\theta} + \sin \theta \dot{\phi} \hat{\phi}$$

- 미소 부피: $dV = dr(r \sin \theta d\phi) r d\theta = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$

2. 미적분 공식

(1) 3차원 미분 연산자 ∇

① gradient $\vec{\nabla} f$: 기하적 의미는 특정 좌표에서 기울기를 의미한다.

- 직교좌표계(x, y, z): $\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \right)$

- 원통좌표계(ρ, ϕ, z): $\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial \rho}, \frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \phi}, \frac{\partial f}{\partial z} \right)$

- 구면좌표계(r, θ, ϕ): $\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta}, \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi} \right)$

② Divergence $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$: 기하학적 의미는 특정 좌표계에서 각 좌표축 방향으로 이동 성분을 의미한다. 즉, 중심에 대해 퍼져나가는 성분을 말한다.

- 직교좌표계(x, y, z): $\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$
- 원통좌표계(ρ, ϕ, z): $\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho}(\rho F_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$
- 구면좌표계(r, θ, ϕ): $\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 F_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta}(\sin \theta F_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial F_\phi}{\partial \phi}$

③ Curl $\vec{\nabla} \times \vec{F}$: 기하학적 의미는 특정 좌표계에서 각 좌표축을 회전축으로 회전 성분을 의미한다. 즉, 중심에 대해 회전 성분을 말한다.

- 직교좌표계(x, y, z)

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}, \frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x}, \frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right)$$

- 원통좌표계(ρ, ϕ, z)

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{\rho} \begin{vmatrix} \hat{\rho} & \rho \hat{\phi} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial \rho} & \frac{\partial}{\partial \phi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_\rho & \rho F_\phi & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial F_z}{\partial \phi} - \frac{\partial F_\phi}{\partial z} \right) \hat{\rho} + \left(\frac{\partial F_\rho}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial \rho} \right) \hat{\phi} + \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho}(\rho F_\phi) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F_\rho}{\partial \phi} \right) \hat{z}$$

- 구면좌표계(r, θ, ϕ)

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{F} &= \frac{1}{r^2 \sin \theta} \begin{vmatrix} \hat{r} & r \hat{\theta} & r \sin \theta \hat{\phi} \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \phi} \\ F_r & r F_\theta & (r \sin \theta) F_\phi \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta}(\sin \theta F_\phi) - \frac{\partial F_\theta}{\partial \phi} \right] \hat{r} + \frac{1}{r} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial F_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r}(r F_\phi) \right] \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r}(r F_\theta) - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right] \hat{\phi} \end{aligned}$$

(2) 가우스 발산 법칙

$$\int \vec{\nabla} \cdot \vec{F} dV = \int \vec{F} \cdot d\vec{S}$$

가우스 발산 법칙은 벡터장 $\vec{F}$ 의 발산, 즉 뿔어나가는 성분을 알아내는데 사용된다.

가이드 물리학에 필요한 수학

(3) 스톡스 법칙

$$\int (\nabla \times \vec{F}) \cdot d\vec{S} = \int \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

스톡스 법칙은 벡터장 $\vec{F}$ 의 회전 성분을 알아내는데 사용된다.

3. 행렬

1차식 $x+by=m$, $cx+dy=n$ 일 때 행렬로 표현하면

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$$

복잡한 1차 방정식의 해를 동시에 구하거나 해의 존재성을 판명할 때 사용된다.

※ 회전 변환

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

▲ 점의 회전 변환

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

▲ 좌표축의 회전 변환

4. 삼각함수 공식

(1) 피타고라스 정리

- $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$
- $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$
- $1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$

(2) 삼각함수 합차 공식

- $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$
- $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta$
- $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$
- $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$
- $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \tan\beta}$
- $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \tan\beta}$

(3) 삼각함수 두배각 공식

- $\sin 2\theta = 2\sin\theta \cos\theta$
- $\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$
 $= 2\cos^2\theta - 1$
 $= 1 - 2\sin^2\theta$
- $\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$

(4) 삼각함수 반각 공식

- $\cos^2\theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$
- $\sin^2\theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$

(5) 삼각함수 합성 공식

- $\sin A + \sin B = 2\sin\left(\frac{A+B}{2}\right)\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$
- $\sin A - \sin B = 2\cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\sin\left(\frac{A-B}{2}\right)$
- $\cos A + \cos B = 2\cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$
- $\cos A - \cos B = -2\sin\left(\frac{A+B}{2}\right)\sin\left(\frac{A-B}{2}\right)$

차례

Part 01 고전역학

Chapter 01 심화 운동방정식

01. 심화역학이란?	... 14
02. 질량이 변하는 계(로켓)	... 15
03. 외력이 시간에 따라 달라지는 경우	... 16
04. 구속조건이나 회전좌표계에서 관성력이 작용하는 경우	... 17
연습문제	... 18

Chapter 02 회전좌표계 역학과 중력장 운동

01. Local region(회전좌표계에서 물체의 상대적 운동)	... 25
02. Grand space(행성운동)	... 30
03. 중력장에서 일반적 접근	... 34
연습문제	... 42

Chapter 03 라그랑지안 역학 기본

01. 최소 작용 원리(수학적 증명과 물리적 이해)	... 49
02. 라그랑지안 역학의 출발점	... 51
연습문제	... 58

Chapter 04 라그랑지안 역학 응용 - 구름 운동과 용수철 운동

01. 물체의 구름운동에 대한 라그랑지안	... 70
02. 물체의 용수철 운동(단진동)에 대한 라그랑지안	... 72
연습문제	... 74

Chapter 05 라그랑지안 역학 - 정상 모드 진동

01. 단순조화진동(Simple Harmonic Oscillation)	... 83
02. 결합 진동(Coupled Oscillation)	... 83
연습문제	... 87

Part 02 전자기학

Chapter 01 전자기학 기본과 쿨롱의 법칙

01. 가우스 발산 법칙	... 94
02. 스토크스 법칙	... 95
03. 맥스웰 방정식의 이해	... 96
04. 전기장 구하기(가우스 법칙 응용)	... 97
05. 전기적 퍼텐셜 V	... 102
06. 퍼텐셜 에너지	... 106

07. 이미지 전하법	... 107
08. 물질 내에서 전기장	... 113
09. 불연속 면에 의한 경계 조건	... 117
10. 축전기의 전기용량 C	... 122
연습문제	... 127

Chapter 02 전기장 경계조건 대칭성과 특수함수 활용

01. 구형 좌표계 퍼텐셜	... 139
02. 원통형 좌표계 퍼텐셜	... 148

Chapter 03 자기장과 로렌츠힘

01. 맥스웰 방정식 설명	... 149
02. 자기장 영역의 흐름	... 150
03. 정적 상태 자기장	... 150
04. 로렌츠 힘	... 156
연습문제	... 161

Chapter 04 시간변화 맥스웰 방정식

01. 시간 의존 상태 맥스웰 방정식	... 167
02. 솔레노이드 자체유도 정의	... 173
03. 변압기 원리	... 174
04. 앙페르 법칙	... 175
연습문제	... 177

Chapter 05 매질에서의 자기장

01. 자기장의 원인	... 187
02. 자기화 및 자기쌍극자 모멘트	... 189
03. 속박전류밀도	... 191
04. 인위적 전류밀도 생성	... 192
05. 쌍극자 모멘트 $\vec{m}$ 이나 자화 $\vec{M}$ 이 존재하는 공간에서 자기장 $\vec{B}$ 와 벡터퍼텐셜 $\vec{A}$	... 194
연습문제	... 196

Chapter 06 전자기파와 에너지

01. 포인팅 정리(Poynting's theorem)	... 200
02. 원천전하와 전류가 없는 공간에서 전자기학 파동방정식	... 201
03. 빛의 세기와 포인팅 벡터와의 관계	... 203
04. 광자의 탄성 충돌과 압력	... 204
연습문제	... 205

연습문제 정답

... 212

Part **01**



고전역학

chapter 01 심화 운동방정식

Chapter 02 회전좌표계 역학과 중력장 운동

Chapter 03 라그랑지안 역학 기본

Chapter 04 라그랑지안 역학 응용 - 구름 운동과 용수철 운동

Chapter 05 라그랑지안 역학 - 정상 모드 진동



01 심화역학이란?

일반물리에서는 가속도의 크기가 상수인 것을 다루었다면 심화역학에서는 가속도가 시간에 따라 변하는 것을 다룬다. 이는 운동방정식을 정의하여 미적분으로 해결한다.

$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$: 운동방정식

$\vec{a}(t), \vec{v}(t), \vec{s}(t)$: t 는 역학적 변수

1. 질량이 시간에 따라 달라지는 경우

즉, $M(t)$ ♦ 로켓 운동

2. 힘이 시간에 따라 달라지는 경우

즉, $a(t) \neq \text{const}$ ♦ $f = -kv, f = -cv^2$ 외력이 작용하는 경우, 중력장 운동

3. 구속조건이나 회전좌표계에서 관성력이 작용하는 경우

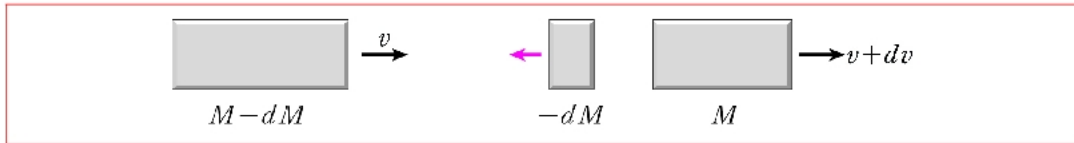
$f = mr\omega^2$ 으로 원심력이 작용한다.

4. $\vec{a}(t)$ ♦ $\vec{v}(t), \vec{s}(t), t$

‘운동방정식으로 가속도가 주어질 때’, ‘속도, 변위, 시간의 특정 초기 조건을 알려줄 때’ 역학적 변수 중 하나를 구하라는 문제가 주를 이룬다. 이때 쉽게 결과 값을 도출하는 방법은 초기 변수와 결과변수만의 수식으로 변화시켜야 한다.

02 질량이 변하는 계(로켓)

시간 $t-dt$ 일 때, 질량 $M-dM$ 인 로켓이 속도 v 로 움직이고 있다고 하자. 시간 dt 가 흐른 후 t 일 때, 로켓이 질량 $-dM$ 인 연료를 방출하여 속도가 $v+dv$ 가 되었다. (단, 로켓의 질량은 점차 감소하므로 $dM < 0$)



초기 로켓의 좌표계에서 관측한다고 가정하고 운동량 보존 법칙을 세워보자. 초기 운동량은 0이다.

1. $v_{\text{상대}} > 0$

배출된 연료에 대한 로켓의 상대속도의 크기(로켓은 일정한 상대속도로 연료를 배출하고 있다.)

$$dp = dMv_{\text{상대}} + Mdv = Fdt$$

$\therefore Mdv = -v_{\text{상대}}dM$ $\rightarrow$ ($F=0$) 무중력일 때

$Mdv = -v_{\text{상대}}dM - Mgdt$ $\rightarrow$ ($F=-Mg$) 균일한 중력일 때

2. 무중력일 때는 식을 dt 로 나눈 후 정리

$$M \frac{dv}{dt} = -v_{\text{상대}} \frac{dM}{dt} = Rv_{\text{상대}} \rightarrow Rv_{\text{상대}} = Ma \quad (\text{로켓 운동방정식})$$

$R(=-dM/dt)$ 은 연료소비율, $a(=dv/dt)$ 는 로켓의 가속도, Ma 는 힘의 차원을 가지므로 제 1 로켓 방정식은 로켓의 추진력 $T=Rv_{\text{상대}}$ 를 기술한다.

운동량 변화량 식을 M 으로 나눠 적분하면 질량에 따른 로켓의 속도를 구할 수 있다.

$$dv = -v_{\text{상대}} \frac{dM}{M} \rightarrow \int_{v_0}^v dv = -v_{\text{상대}} \int_{M_0}^M \frac{dM}{M} \rightarrow [v]_{v_0}^v = -v_{\text{상대}} [\ln M]_{M_0}^M$$

$$\therefore v - v_0 = -v_{\text{상대}} \ln \frac{M}{M_0} = v_{\text{상대}} \ln \frac{M_0}{M} \quad (\text{로켓 속도방정식})$$

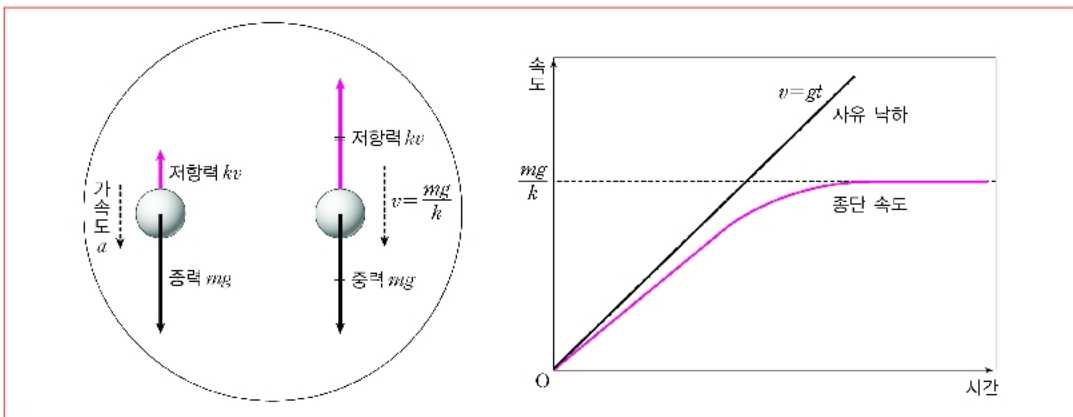
$\rightarrow$ 초기 속도 v_0 와 나중 속도 v 는 질량이 각각 초기 질량 M_0 와 나중 질량 M 일 때 로켓의 속도이다.

03 외력이 시간에 따라 달라지는 경우

1. 길이가 L 이고 질량이 M 인 밀도가 균일한 줄의 낙하 운동

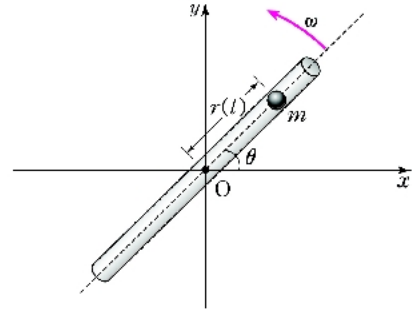


2. 저항력을 받아 운동하는 경우



04 구속조건이나 회전좌표계에서 관성력이 작용하는 경우

예제 1 다음 그림과 같이 질량 m 인 물체가 긴 관(pipe) 속에서 미끄러지며 운동하고 있다. 관은 원점 O 를 중심으로 일정한 각속도 ω 로 수평면(xy 평면)에서 회전하고 있으며, 시간 $t=0$ 일 때 물체는 v_0 의 속력으로 원점을 지난다. 이때 시간 $t(>0)$ 에서 원점으로부터 물체의 거리 $r(t)$ 에 대한 운동방정식과 관 속에서의 $r(t)$ 를 구하시오. (단, 물체와 관 사이의 마찰은 무시한다.)



풀이

- 1) 물체의 움직이는 방향은 r 방향인데 이 관이 일정한 각속도로 회전하는 가속계 내부이다. 즉, 가속계 내부 좌표계에서는 원점에서 r 로 멀어지는 운동만 가능하다. 가속계 내부에서는 관성력이 등장한다.

$$ma = m\ddot{r} = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$$

$$\therefore \ddot{r} - \omega^2 r = 0$$

- 2) 일반해는 $r(t) = Ae^{\omega t} + Be^{-\omega t}$ 이다.

초기조건 $r(0) = 0, \dot{r}(0) = v_0$ 를 대입하여 정리하면

$$A + B = 0, A = \frac{v_0}{2\omega} \text{ 이므로}$$

$$\text{일반해는 } r(t) = \frac{v_0}{2\omega} (e^{\omega t} - e^{-\omega t}) = \frac{v_0}{\omega} \sinh \omega t$$

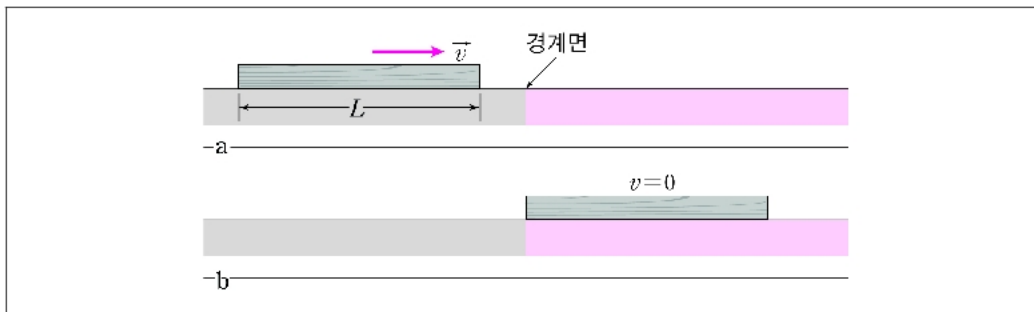
$$v(t) = v_0 \cosh \omega t$$

$$a(t) = v_0 \omega \sinh \omega t$$



연습문제

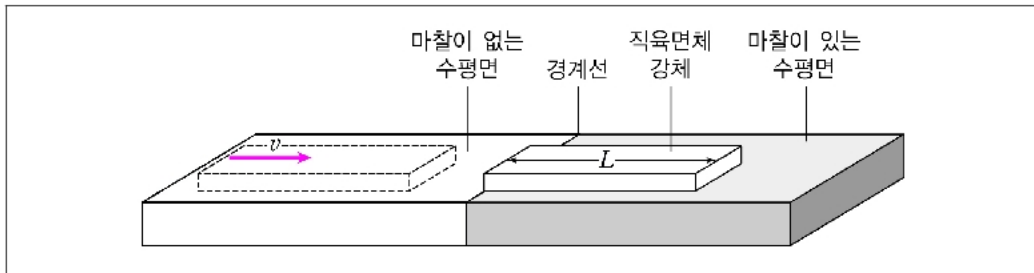
- 01** 길이 L 의 균일한 막대는 위의 그림 [a]에 표시된 것처럼 부드럽고 마찰이 없는 수평면을 따라 일정한 속력 v 로 미끄러져 움직인다. 그런 다음 막대는 그림 [b]와 같이 막대와 표면 사이의 운동 마찰 계수 μ_k 인 마찰면에 입사되어 막대의 길이 L 만큼 움직인 다음 정지하였다.



이때 막대가 마찰면에 길이 x 만큼 들어갔을 때 마찰면에서 막대의 가속도의 크기 a 를 구하시오. 또한 막대의 초기 속력 v 를 구하시오. (단, 중력가속도의 크기는 g 이다.)

12-15

- 02** 다음 그림은 길이가 L 이고 밀도가 균일한 직육면체 강체가 마찰이 없는 수평면에서 일정한 속력 v 로 오른쪽으로 미끄러지다가, 마찰이 있는 수평면에서 정지한 것을 나타낸 것이다. 마찰이 있는 수평면과 강체 사이의 운동마찰계수는 μ_k 이다. 강체의 왼쪽 모서리는 두 수평면의 경계선과 일치하였다.



μ_k 는? (단, 중력가속도는 g 이고, 공기 저항은 무시하며, 두 수평면의 높이는 같고, 강체는 직선운동을 한다.)



Part 01 고전역학 연습문제 정답

Chapter 01 실화 운동방정식

01 1) $a = \mu_k \frac{g}{L} x$, 2) $v = \sqrt{\mu_k g L}$

02 $\frac{v^2}{gL}$

03 1) $ma + kv + f = 0$, 2) $t_{\frac{v}{2}} = \frac{m}{k} \ln \left(1 + \frac{kv_0}{f} \right)$

04 1) $ma = -u \frac{dm}{dt} - mg$, 2) $v = u \ln \frac{M+m}{M} - gT$

05 1) $M(t) = -2m \frac{t}{T} + 3m$, 2) $a(t) = \frac{6g}{-\frac{t}{T} + 3} - g$, 3) $v = (3 \ln 3 - 1)gT$

06 1) $M' = M + m(1 - \frac{t}{T})$, $M'a = P - M'g$, $v = \frac{PT}{m} \ln \left(\frac{M+m}{M} \right) - gT$

07 $v = u \ln \frac{m_0}{m}$, $m = \frac{m_0}{e}$

08 1) $v = v_0 e^{-\frac{k}{m}t}$ or $t = \frac{m}{k} \ln \frac{v_0}{v}$, 2) $s = \frac{m}{k} (v_0 - v)$

09 1) $s = \frac{1}{2k} \ln \left(\frac{\frac{g}{k}}{\frac{g}{k} - V^2} \right)$, 2) $t = \frac{1}{2\sqrt{gk}} \ln \left(\frac{\sqrt{\frac{g}{k}} + V}{\sqrt{\frac{g}{k}} - V} \right)$

10 1) $s = \frac{1}{2k} \ln \left(\frac{v_0^2 + \frac{g}{k}}{\frac{g}{k}} \right)$, 2) $v' = \frac{v_0 \sqrt{\frac{g}{k}}}{\sqrt{v_0^2 + \frac{g}{k}}}$

11 1) $a(t) = g - \frac{3k}{4\rho} \frac{v^2}{r}$, 2) $\frac{dr}{dt} = \frac{k}{4\rho} v$, 3) $a_t = \frac{1}{7}g$

12 1) $a = g - \frac{3k}{4\pi r^2 \rho_1} v - \frac{\rho_2}{\rho_1} g$, $a(t) = g(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}) e^{-\frac{3k}{4\pi r^2 \rho_1} t}$, 2) $v_f = \frac{4\pi r^2 g}{3k} (\rho_1 - \rho_2)$

Chapter 02 회전좌표계 역학과 중력장 운동

01 1) $a_{\text{코리올리}} = 2\omega v_0$, 2) $F_{\text{외부}} = m\omega v_0 \sqrt{4 + (\omega t)^2}$

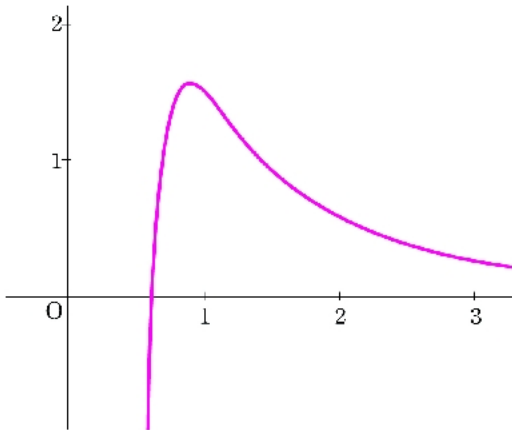
02 1) $\left| \frac{d\vec{L}}{dt} \right| = mR^2\omega\dot{\phi}\sin\theta = mgD\sin\theta$, 방향은 $\hat{\phi}$, 2) $\omega_p = \frac{gD}{R^2\omega}$, 방향은 $\hat{z}$

03 $\Omega = \frac{mgd}{L\omega} = \frac{2gd}{R^2\omega}$

04 1) $\vec{F} = -m\omega^2\vec{r}(t)$, 2) $\vec{\tau} = 0$, 3) $\phi = \frac{\pi}{2}$

05 1) $r_s = \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 3\beta\gamma}}{\beta}$, 2) $r_0 = \frac{2\alpha}{\beta} > r_s$

06 $U_{\text{eff}} = -\frac{k}{r^4} + \frac{L^2}{2mr^2}$, $r_0 = \frac{2}{L} \sqrt{km}$: 불안정한 평형점이다, $T = \frac{8\pi km^2}{L^3}$



07 1) $U_{\text{eff}} = \frac{L^2}{2mr^2} + kr$, 2) $T = 2\pi \left(\frac{Lm}{k^2} \right)^{1/3}$

08 1) $U_{\text{eff}} = \frac{L^2}{2mr^2} + V = \frac{L^2}{2mr^2} - \frac{k}{r} - \frac{\alpha}{2r^2}$, 2) $\alpha < \frac{L^2}{m}$, 안정적인 원운동, 3) $T = \frac{2\pi m}{Lk^2} \left(\frac{L^2}{m} - \alpha \right)^2$

정승헌 고전역학 전자기학

초판인쇄 | 2023. 3. 10. 초판발행 | 2023. 3. 15. 편집자 | 정승헌
발행인 | 박 응 발행처 | (주)박문각출판 등록 | 2015년 4월 29일 제2015-000104호
주소 | 06654 서울특별시 서초구 효령로 283 서경 B/D 팩스 | (02)584-2927
전화 | 교재 문의 (02) 6466-7202, 동영상 문의 (02) 6466-7201

저자와의
협의하에
인쇄생략

이 책의 무단 전재 또는 복제 행위는 저작권법 제136조에 의거, 5년 이하의 징역 또는 5,000만 원 이하의 벌금에 처하거나 이를 병과할 수 있습니다.

ISBN 979-11-6987-093-1 | 979-11-6987-091-7(SET)
정가 18,000원



2022 한국 브랜드 만족지수 1위
교육 (교육서비스)부문 1위



2021 조선일보 국가브랜드 대상
에듀테크 부문 수상



2021 대한민국 소비자 선호도 1위
교육부문 1위 선정



2020 한국산업의 1등
브랜드 대상 수상



2019 한국우수브랜드
평가대상 수상



2018 대한민국 교육산업 대상
교육서비스 부문 수상



2017 대한민국 고객만족
브랜드 대상 수상



2017 한국소비자선호도 1위
브랜드 대상 수상



2016 한국 소비자
만족지수 1위 선정



브랜드스탁 BSTI
브랜드 가치평가 1위

정승현 고전역학 전자기학

교재관련 문의 02-6466-7202

학원관련 문의 02-816-2030

온라인강의 문의 02-6466-7201

PMG 박문각 www.pmg.co.kr



9 791169 870931

ISBN 979-11-6987-093-1
ISBN 979-11-6987-091-7(SET)

정가 18,000원