임용 전공물리 Master Key 시리즈

정승현
일반물리학

정승현 편저

합격기준 박문각 임용 동영상강의 www.pmg.co.kr

PMG 박문각

임용 전공물리 Master Key 시리즈

정승현

일반물리학

정승현 편저

박문각 임용
동영상강의 www.pmg.co.kr
PMG 박문각

정승현
일반물리학

PREFACE

머리말

정승현
일반물리학

어린아이 눈에 담긴 세상 모든 것이 순수한 호기심을 일으키는 것처럼 첫 단추는 그렇게 시작되었습니다. 어린 시절 과학이라는 학문을 접하고 습득하면서 자연스럽게 물리학이라는 보다 구체적인 분야를 경험하였습니다. 나아가 가르침을 업으로 삼게 되어 다수에 긍정적인 영향을 미칠 수 있다는 사실이 제게 책임감과 동시에 행복한 일상을 만들어주고 있습니다.

이 책은 그동안 제가 경험하고 고민하며 생각한 학습의 여정, 과거로부터 현재까지의 일기장과 같습니다.
이를 통해 물리에 대한 실력향상과 시야 확장의 문을 여는 열쇠가 된다면 더욱 바랄 것이 없겠습니다.

학습은 관심과 노력을 통해 단계적으로 발전해나갑니다. 논리적이고 구체적인 방향으로 학습의 이해라는 옷에 마지막 단추를 채우는 데 도움의 손길이 되길 진심으로 바랍니다.

저자 정승현

가이드 물리에 필요한 수학

1. 벡터 및 좌표계

(1) 두 벡터의 내적(Inner product, scalar product, dot product)

두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$의 내적은 다음과 같이 정의된다.

$$\vec{a} = (a_1,\ a_2),\ \vec{b} = (b_1,\ b_2)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|cos(\theta) = a_1b_1 + a_2b_2$$

벡터의 내적은 상대벡터로 연직선을 그렸을 때 두 벡터의 수평성분의 곱이다.

(2) 두 벡터의 외적(vector product, cross product)

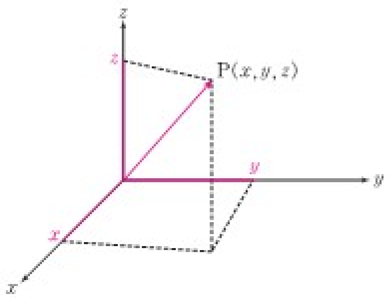
두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$의 외적은 다음과 같이 정의된다.

$$\vec{a}\times\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|sin(\theta)\vec{n}$$

$$\vec{a}\times\vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = (a_yb_z - a_zb_y)\hat{x} + (a_zb_x - a_xb_z)\hat{y} + (a_xb_y - a_yb_x)\hat{z}$$

벡터의 외적은 두 벡터가 이루는 평행사변형의 넓이와 방향은 평행사변형과 수직한 방향이다.
회전 파트에서 주로 사용된다.

(3) 좌표계



① 직교 좌표계: x, y, z축 각 수직을 이루는 3차원 일반적인 좌표계이다. 평행이동 대칭성이 있어서 일반적인 병진운동에서 많이 활용된다.
직교 좌표계는 회전 대칭성과는 별개로 평행이동 대칭성을 관계에 있으므로 단위벡터를 시간에 대해 미분한 값 즉, $\frac{d\hat{x}}{dt} = \frac{d\hat{y}}{dt} = \frac{d\hat{z}}{dt} = 0$

- 단위벡터: $\hat{x}$, $\hat{y}$, $\hat{z}$
- 위치, 속도, 가속도

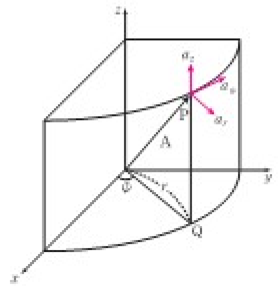
$$\vec{s} = \overrightarrow{OP} = (x,\ y,\ z) = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$$

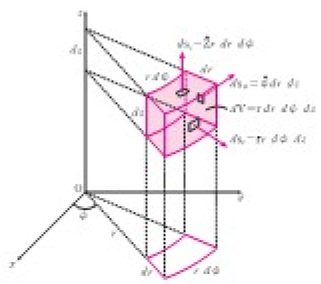
$$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} = (v_x,\ v_y,\ v_z) = \dot{x}\hat{x} + \dot{y}\hat{y} + \dot{z}\hat{z}$$

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{s}}{dt^2} = (a_x,\ a_y,\ a_z) = \ddot{x}\hat{x} + \ddot{y}\hat{y} + \ddot{z}\hat{z}$$

- 미소 부피: $dV = dxdydz$

② 원통형 좌표계: ρ, ϕ, z축 각 수직을 이루는 3차원 좌표계이다. x, y평면 회전 대칭성 및 z축 평행이동 대칭성이 있다.





• 단위벡터 $\hat{\rho}$, $\hat{\phi}$, $\hat{z}$: 원통형 좌표계에서 단위벡터 $\hat{\rho}$, $\hat{\phi}$는 회전 대칭성을 가지므로 회전하게 되면 시간에 따라 단위벡터의 방향이 바뀌게 된다. 즉, 시간에 대한 상수가 아니다.

• 위치, 속도, 가속도

$$\vec{s} = \overrightarrow{OP} = (x,\ y,\ z) = (\rho\cos\phi,\ \rho\sin\phi,\ z) = \vec{\rho} + \vec{z} = \rho\hat{\rho} + z\hat{z}$$

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = (\dot{\rho}\cos\phi - \rho\dot{\phi}\sin\phi,\ \dot{\rho}\sin\phi + \rho\dot{\phi}\cos\phi,\ \dot{z}) = \dot{\rho}\hat{\rho} + \rho\dot{\phi}(-\sin\phi, \cos\phi) + \dot{z}\hat{z}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{\rho} + \vec{z}) = \frac{d}{dt}(\rho\hat{\rho} + z\hat{z}) = \dot{\rho}\hat{\rho} + \rho\dot{\hat{\rho}} + \dot{z}\hat{z}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} = (v_\rho, v_\phi, v_z) = \dot{\rho}\hat{\rho} + \rho\dot{\phi}\hat{\phi} + \dot{z}\hat{z}$$

$$\therefore \dot{\hat{\rho}} = \dot{\phi}\hat{\phi}$$

$$\hat{\phi} = (-\sin\phi,\ \cos\phi)$$

$$\dot{\hat{\phi}} = \dot{\phi}(-\cos\phi,\ -\sin\phi) = -\dot{\phi}\hat{\rho}$$

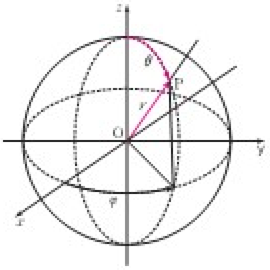
$$\vec{a} = (a_\rho,\ a_\phi,\ a_z) = \frac{d}{dt}(\dot{\rho}\hat{\rho} + \rho\dot{\phi}\hat{\phi} + \dot{z}\hat{z})$$

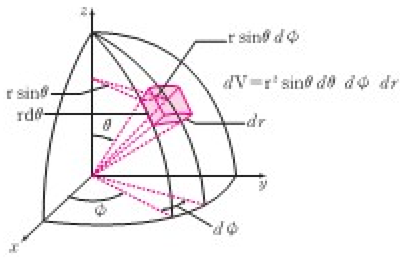
$$= \ddot{\rho}\hat{\rho} + \dot{\rho}\dot{\hat{\rho}} + \dot{\rho}\dot{\phi}\hat{\phi} + \rho\ddot{\phi}\hat{\phi} + \rho\dot{\phi}\dot{\hat{\phi}} + \ddot{z}\hat{z}$$

$$= (\ddot{\rho} - \rho\dot{\phi}^2)\hat{\rho} + (\rho\ddot{\phi} + 2\dot{\rho}\dot{\phi})\hat{\phi} + \ddot{z}\hat{z}$$

• 미소 부피: $dV = d\rho(\rho d\phi)dz = \rho d\rho d\phi dz$

③ 구면 좌표계: r, θ, ϕ축 각 수직을 이루는 3차원 좌표계이다. ϕ, θ회전 대칭성이 있다.





- 단위벡터: $r, \hat{\theta}, \hat{\phi}$구면 좌표계에서 $\hat{r}, \hat{\theta}, \hat{\phi}$는 회전 대칭성을 가지므로 회전하게 되면 시간에 따라 단위벡터의 방향이 바뀌게 된다. 즉, 시간에 대한 상수가 아니다.
- 위치, 속도

$$\vec{s} = \overrightarrow{OP} = (x,\ y,\ z) = (r\sin\theta\cos\phi,\ r\sin\theta\sin\phi,\ r\cos\theta) = r\hat{r}$$

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{s}}{dt} &= (\dot{r}\sin\theta\cos\phi + r\dot{\theta}\,cos\theta\cos\phi - r\dot{\phi}\sin\theta\sin\phi,\\ &\qquad \dot{r}\sin\theta\sin\phi + r\dot{\theta}\cos\theta\sin\phi + r\dot{\phi}\cos\phi,\ \dot{r}\cos\theta - r\dot{\theta}sin\theta)\\ &= \dot{r}\vec{r} + r\sin\theta\,\dot{\phi}(-\sin\phi, \cos\phi, 0) + r\dot{\theta}(\cos\theta\cos\phi, \cos\theta\sin\phi, -\sin\theta)\end{aligned}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\hat{r}}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} = (v_r,\ v_\theta,\ v_\phi) = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta} + r\sin\theta\dot{\phi}\hat{\phi}$$

$$\therefore \dot{\hat{r}} = \dot{\theta}\hat{\theta} + \sin\theta\dot{\phi}\hat{\phi}$$

- 미소 부피: $dV = dr(rsin\theta d\phi)rd\theta = r^2\sin\theta\, drd\theta d\phi$

2. 미적분 공식

(1) 3차원 미분 연산자 ∇

① $gradient\ \vec{\nabla} f$: 기하적 의미는 특정 좌표에서 기울기를 의미한다.

- 직교좌표계$(x,\ y,\ z)$: $\nabla f = (\frac{\partial f}{\partial x},\ \frac{\partial f}{\partial y},\ \frac{\partial f}{\partial z})$
- 원통좌표계$(\rho,\ \phi,\ z)$: $\nabla f = (\frac{\partial f}{\partial \rho},\ \frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial \phi},\ \frac{\partial f}{\partial z})$
- 구면좌표계$(r,\ \theta,\ \phi)$: $\nabla f = (\frac{\partial f}{\partial r},\ \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta},\ \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi})$

② Divergence $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$: 기하학적 의미는 특정 좌표계에서 각 좌표축 방향으로 이동 성분을 의미한다. 즉, 중심에 대해 퍼져나가는 성분을 말한다.

- 직교좌표계(x, y, z): $\nabla \cdot F = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$
- 원통좌표계(ρ, ϕ, z): $\nabla \cdot F = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}(\rho F_\rho) + \frac{1}{\rho}\frac{\partial F_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$
- 구면좌표계(r, θ, ϕ): $\nabla \cdot F = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 F_r) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}(\sin\theta F_\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial F_\phi}{\partial \phi}$

③ Curl $\vec{\nabla} \times \vec{F}$: 기하적 의미는 특정 좌표계에서 각 좌표축을 회전축으로 회전 성분을 의미한다. 즉, 중심에 대해 회전 성분을 말한다.

- 직교좌표계(x, y, z)

$$\nabla \times F = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}, \frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x}, \frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}\right)$$

- 원통좌표계(ρ, ϕ, z)

$$\nabla \times F = \frac{1}{\rho}\begin{vmatrix} \hat{\rho} & \rho\hat{\phi} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial \rho} & \frac{\partial}{\partial \phi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_\rho & \rho F_\phi & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial F_z}{\partial \phi} - \frac{\partial F_\phi}{\partial z}\right)\hat{\rho} + \left(\frac{\partial F_\rho}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial \rho}\right)\hat{\phi} + \left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}(\rho F_\phi) - \frac{1}{\rho}\frac{\partial F_\rho}{\partial \phi}\right)\hat{z}$$

- 구면좌표계(r, θ, ϕ)

$$\nabla \times F = \frac{1}{r^2\sin\theta}\begin{vmatrix} \hat{r} & r\hat{\theta} & r\sin\theta\hat{\phi} \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \phi} \\ F_r & rF_\theta & (r\sin\theta)F_\phi \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial \theta}(\sin\theta F_\phi) - \frac{\partial F_\theta}{\partial \phi}\right]\hat{r} + \frac{1}{r}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial F_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r}(rF_\phi)\right]\hat{\theta} + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rF_\theta) - \frac{\partial F_r}{\partial \theta}\right]\hat{\phi}$$

(2) 가우스 발산 법칙

$$\int \vec{\nabla} \cdot \vec{F} dV = \int \vec{F} \cdot d\vec{S}$$

가우스 발산 법칙은 벡터장 $\vec{F}$의 발산, 즉 뻗어나가는 성분을 알아내는데 사용된다.

(3) 스토크스 법칙

$$\int (\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{F}) \cdot d\overrightarrow{S} = \int \overrightarrow{F} \cdot d\vec{l}$$

스토크스 법칙은 벡터장 $\overrightarrow{F}$의 회전 성분을 알아내는데 사용된다.

3. 행렬

1차식 $x + by = m$, $cx + dy = n$일 때 행렬로 표현하면

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{ad - bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$$

복잡한 1차 방정식의 해를 동시에 구하거나 해의 존재성을 판명할 때 사용된다.

※ 회전 변환

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

▲ 점의 회전 변환

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

▲ 좌표축의 회전 변환

4. 삼각함수 공식

(1) 피타고라스 정리

- $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$
- $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$
- $1 + \cot^2\theta = \mathrm{cosec}^2\theta$

(2) 삼각함수 합차 공식

- $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$
- $\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$
- $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$
- $\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$
- $\tan(\alpha+\beta) = \dfrac{\tan\alpha + \tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$
- $\tan(\alpha-\beta) = \dfrac{\tan\alpha - \tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$

(3) 삼각함수 두배각 공식

- $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$
- $\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$
  $= 2\cos^2\theta - 1$
  $= 1 - 2\sin^2\theta$
- $\tan 2\theta = \dfrac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$

(4) 삼각함수 반각 공식

- $\cos^2\theta = \dfrac{1+\cos 2\theta}{2}$
- $\sin^2\theta = \dfrac{1-\cos 2\theta}{2}$

(5) 삼각함수 합성 공식

- $\sin A + \sin B = 2\sin\left(\dfrac{A+B}{2}\right)\cos\left(\dfrac{A-B}{2}\right)$
- $\sin A - \sin B = 2\cos\left(\dfrac{A+B}{2}\right)\sin\left(\dfrac{A-B}{2}\right)$
- $\cos A + \cos B = 2\cos\left(\dfrac{A+B}{2}\right)\cos\left(\dfrac{A-B}{2}\right)$
- $\cos A - \cos B = -2\sin\left(\dfrac{A+B}{2}\right)\sin\left(\dfrac{A-B}{2}\right)$

CONTENTS

차 례

Chapter

01 1-2차원 운동

01 고전 역학의 출발

1. 뉴턴(고전) 역학

물체에 작용하는 힘과 초기 조건(위치, 속도)이 주어지면 물체의 운동이 예측 가능하다.

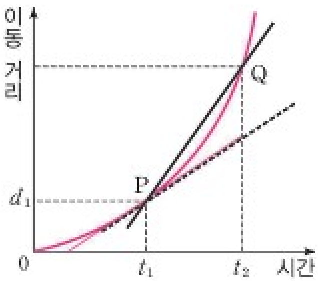
(1) 고전 역학의 필수 요소

① 공간(좌표계 설정)

㉠ 물체의 움직임의 대칭성에 의해 적절한 좌표계 설정
➡ 쉽게 기술하기 위함

ⓐ 평면운동: 직교좌표계

ⓑ 곡면운동: 원통형 좌표계, 구 좌표계



㉡ 기준점의 설정: 물체의 운동을 기술하기 위한 관찰자의 위치 ➡ 정지 관찰자와 운동 관찰자 존재

㉢ 이동 거리와 변위(기호 s : separation, distance)

ⓐ 이동 거리: 이동한 총거리 ➡ 경로와 관계없이 그대로 다 더함!

ⓑ 변위(displacement): 위치의 변화량을 의미, 출발점 ➡ 도착점 사이의 직선(최단) 길이와 두 점을 연결하는 화살표의 방향을 함께 표시해야 한다.

② 속도(물체의 빠르기)

속력과 속도(기호 v : speed, velocity)

㉠ 속력: 어떤 물체의 단위 시간당 이동 거리로, 단위는 m/s, km/h를 사용한다.

$$\text{속력} = \frac{\text{이동 거리}}{\text{걸린 시간}} \qquad \text{평균 속력} = \frac{\text{전체 이동 거리}}{\text{이동하는 데 걸린 시간}}$$

㉡ 속도: 단위 시간(1초) 동안의 변위로, 단위는 속력의 단위와 같은 m/s, km/h를 사용한다. 방향은 처음 위치에서 최종 위치를 향하는 직선 방향이다.

$$\text{속도} = \frac{\text{변위}}{\text{걸린 시간}} \qquad \text{평균 속력} = \frac{\text{전체 변위}}{\text{이동하는 데 걸린 시간}}$$

㉢ 상대속도

ⓐ 정의: 운동하는 관찰자를 기준으로 나타낸 다른 물체의 속도

ⓑ 표현: 운동하는 관찰자 A의 속도가 ($\vec{v}_A$), 관찰 대상인 물체 B의 속도가 ($\vec{v}_B$)일 때,

(A에서 B를 본 상대속도) = (물체 B의 속도) − (관찰자 A의 속도)
➡ 수식적 표현: ($\overrightarrow{v_{AB}} = \overrightarrow{v_B} - \overrightarrow{v_A}$)

③ 가속도(뉴턴의 제 2법칙에서 정의 ➡ 힘의 기술)

가속도(기호 a: acceleration) $\vec{F} = m\vec{a}$

단위 시간 동안의 속도의 변화량 (시간당 속력의 증가/감소 및 방향 변화 포함)

방향: 속도의 변화 방향(힘의 방향을 의미), 직선운동(1차원)의 경우 부호(+/−)로 표시

고전역학은 운동을 예측하는 데 목적이 있으므로 위치 $s(t)$, 속도 $v(t)$, 가속도 $a(t)$를 모두 시간 t의 함수로 기술한다.

(2) 평면 운동 – 1차원 등속 직선 운동

등속 직선 운동(= 등속도 운동)

① 속력과 운동 방향이 모두 일정한 운동

마찰만 없다면 운동을 유지하는 데 힘이 필요하지 않음!! (관성의 법칙(1법칙): $\sum F = 0$)

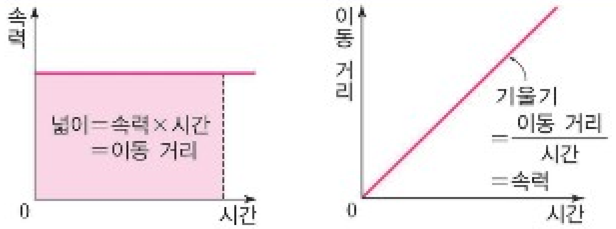
② 거리(변위) − 속력(속도) − 시간 공식 사용

$s = vt$

③ 그래프 분석

㉠ 거리-시간($s-t$) 그래프(기울기가 일정한 1차 함수) ➡ 기울기: 속도 v

㉡ 속력-시간($v-t$) 그래프(기울기 0) ➡ 수평: 상수함수, 밑넓이: 이동 거리(변위) s



㉢ 미적분 활용

$$a(t) = 0 \qquad v(t) = v_0 \qquad s(t) = v_0 t$$

(3) 평면 운동 – 1차원 등가속도 운동

속도가 일정하게 변화(증가/감소)하는 운동이며 지구상의 모든 낙하/투사 운동은 $a = g = 10\mathrm{m/s^2}$ 인 등가속도 운동이다.

① 등가속도 운동의 3가지 공식 중요

$v = v_0 + at$: 시간 t에 대한 1차 함수 …… (1)

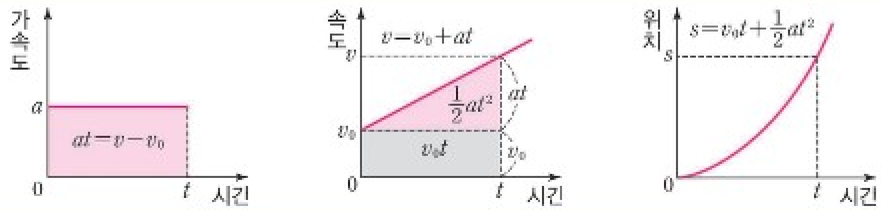
$s = v_o t + \frac{1}{2}at^2$: t에 대한 2차 함수 …… (2)

가속도식 유도 : (1)과 (2)식에서 시간 $t = \frac{v - v_0}{a}$ 대입

$2as = v^2 - v_0^2$: 시간 소거식 …… (3)

② 중요 등가속도 운동의 그래프($a-t$, $v-t$, $s-t$ 그래프)

$a > 0$(예 아래로 던진 물체 : 처음속도 v_0, 가속도 $a = g = 10\mathrm{m/s^2}$)

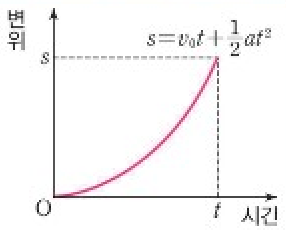
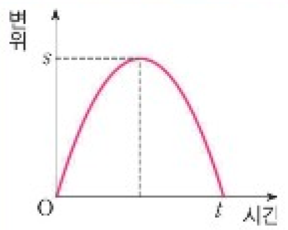
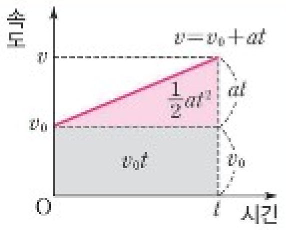
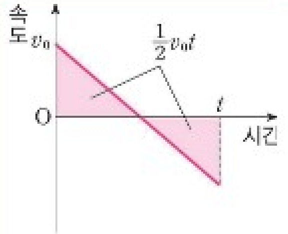
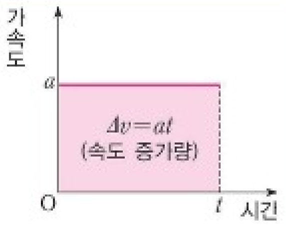
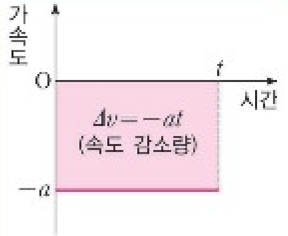


③ 등가속도 운동의 그래프 요약

㉠ $s - t$ 그래프의 기울기는 속도(속력) v

㉡ $v - t$ 그래프의 기울기는 가속도 a, 밑면적은 변위(이동 거리) s

㉢ $a - t$ 그래프의 밑면적은 속도변화량 at

<table>
<tr><th>그래프 종류</th><th>그래프의 모양과 의미</th><th>속도 증가
(가속도가 0보다 클 때)</th><th>속도 감소
(가속도가 0보다 작을 때)</th></tr>
<tr><td>변위-시간 그래프</td><td>• 포물선 모양
• 접선의 기울기 = 순간 속도
• 두 점 사이의 직선의 기울기 = 평균속도</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>속도-시간 그래프</td><td>• 기울기가 일정한 직선 모양
• 기울기 = 가속도
• 넓이 = 이동 거리(변위)</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>가속도-시간 그래프</td><td>• 시간축에 나란한 직선 모양
• 넓이(at) = 속도의 변화량(Δv)</td><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

④ 등가속도 직선 운동 공식

$$v=v_0+at,\ s=v_0t+\frac{1}{2}at^2,\ v^2-v_0^2=2as$$

(v_0 : 처음속도, v : 나중속도, s : 이동 거리, a : 가속도, t : 시간)

속력이 일정하게 변하는 운동의 평균 속력 ➡ 평균 속력 $=\dfrac{\text{처음 속력}+\text{전체 변위}}{2}$

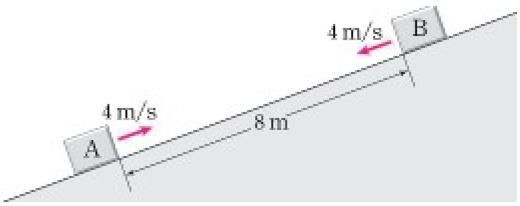
(4) 평면 운동 – 2차원 포물선 운동

① 수평면 포물선 운동(벡터 분할의 이점)

수평 방향에 대하여 각 θ의 방향으로 비스듬히 위로 던져 올린 공의 운동을 생각해 보자. 이 경우는 처음속도 $\vec{v_0}$가 수평 성분 외에 연직 성분도 있다. 이와 같은 물체의 운동은 연직 방향과 수평 방향으로 분해해서 생각하는 것이 편리하다. 연직 방향에 대해서는 똑바로 위로 던져 올린 공의 운동과 같은 등가속도 직선 운동이고, 수평 방향에 대해서는 등속 직선 운동이므로 이 두 운동을 합성하여 물체의 운동을 기술할 수 있다.

연습문제

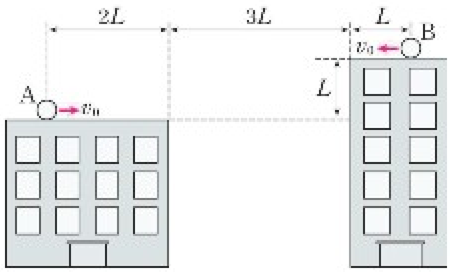
01 다음 그림과 같이 빗면 위에서 물체 A, B를 8m 떨어진 위치에서 동시에 속력 4m/s로 운동시켰더니, A, B가 등가속도 직선 운동을 하다가 충돌하였다. 충돌하는 순간 A, B의 운동 방향은 반대이고, 속력은 B가 A의 3배이다.



A의 가속도의 크기와 충돌하는 데까지 걸린 시간을 각각 구하시오. 또한 충돌하는 순간 A의 속력을 구하시오. (단, 모든 마찰은 무시한다.)

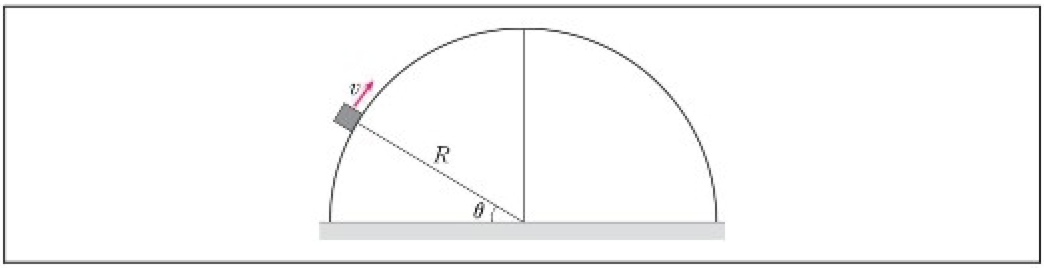
20-B05

02 다음 그림과 같이 물체 A와 B가 동일한 속력 v_0으로 동시에 출발하여 각각 수평면에서 등속도 운동을 한다. 이후 두 물체는 수평면을 떠나 포물선 운동을 하다가 충돌한다. A와 B의 출발점은 수평면의 끝으로부터 각각 $2L$과 L만큼 떨어져 있다. 두 수평면의 끝 사이의 수평 거리는 $3L$이고, 높이차는 L이다.



A와 B가 출발해서 충돌할 때까지 A가 이동한 수평거리를 구하고, A가 출발한 후 B와 충돌할 때까지 걸린 시간 Δt를 풀이 과정과 함께 L, g로 구하시오. 또한 수평면에서의 속력 v_0을 L, g로 나타내시오. (단, 중력 가속도의 크기는 g이고, A와 B의 크기는 무시한다. A와 B는 동일 연직면에서 운동한다.)

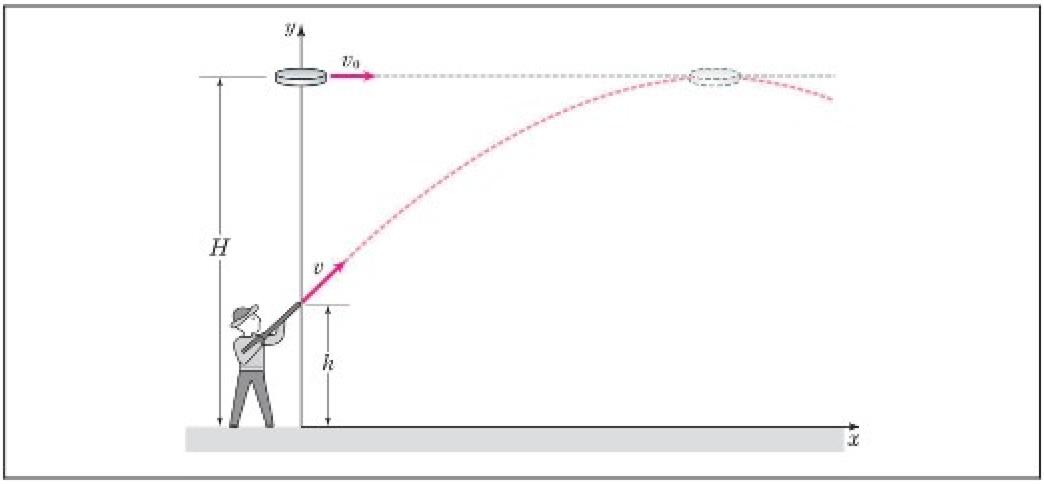
03 다음 그림과 같이 수평면에 반경이 R인 곡면이 있다. 수평면과 이루는 각이 θ인 위치에서 접선 방향으로 v의 속력으로 물체를 던졌다.



수평면으로부터 연직 방향의 최대 높이를 H라 할 때, H가 최댓값이 되는 θ_0의 값과 이때의 높이를 풀이 과정과 함께 구하시오. 또한 이때, 최대 높이까지 도달하는데 물체의 수평 이동 거리 s를 구하시오. (단, 중력 가속도의 크기는 g이고, 물체의 크기 및 모든 마찰은 무시하며, $v > \sqrt{gR}$이다.)

17-A02

04 다음 그림은 장난감 총을 사용하여 지면으로부터 높이 H에서 일정한 속력 v_0으로 수평으로 날아가는 물체를 맞히려는 것을 나타낸 것이다.



물체가 총구 끝 연직 위를 지나는 순간에 총알을 발사하여 총알 궤적의 최고점에서 물체를 맞히기 위한 발사 속력 v를 구하시오. (단, 공기 저항과 물체의 크기는 무시하고, 지면으로부터 총구 끝의 높이는 h, 중력 가속도는 g이다.)

연습문제 정답

Chapter 01 1-2차원 운동

01 1) $a = 2\mathrm{m/s^2}$, $t = 1s$, 2) $v_A = 2\mathrm{m/s}$

02 1) $S_A = 3L$, 2) $\Delta t = \sqrt{\frac{6L}{g}}$, 3) $v_0 = \sqrt{\frac{3}{2}gL}$

03 1) $\theta_0 = \sin^{-1}\left(\frac{gR}{v^2}\right)$, 2) $H_{\max} = \frac{gR^2}{2v^2} + \frac{v^2}{2g}$, 3) $s = R\sqrt{1 - \frac{g^2R^2}{v^4}}$

04 $v = \sqrt{v_0^2 + 2g(H-h)}$

05 1) $v = \sqrt{2gh}$, 2) $\frac{a_B}{a_A} = 2$, 3) $\frac{v_B}{v_A} = \sqrt{2}$

06 1) $v_0 = \sqrt{4v^2 + \frac{g^2s^2}{4v^2}}$, 2) $\tan\theta = \frac{gs}{4v^2}$

07 1) $v_B = 2\sqrt{gl}$, 2) $t_s = \sqrt{\frac{3l}{g}}$, 3) $4l$

08 1) $t = \sqrt{\frac{8h}{g}}$, 2) $E_{k,A} = \frac{7}{4}mgh$

09 1) $t_H = \frac{v_0\sin(\theta+\phi)}{g\cos\phi}$, 2) $H = \frac{v_0^2\sin^2(\theta+\phi)}{2g\cos\phi}$, 3) $\theta_0 = \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}$

10 1) $u = \frac{4}{5}v$, 2) $t = \frac{3v}{2g}$, $s = \frac{15v^2}{8g}$

11 1) $x_{\max} = 20\sqrt{2}$, 2) $\tan\theta = \sqrt{2}$

12 1) $\theta = 90^\circ$, 2) $v_0 = \sqrt{\frac{gs}{2}}$

13 1) $\frac{S_A}{S_B}=3$, 2) $\frac{v_A}{v_B}=\sqrt{3}$

14 1) $\frac{h}{R}=\frac{2}{\sqrt{3}}$, 2) $t=\frac{\sqrt{3}\,v_0}{g}$

15 1) $\frac{2}{\sqrt{3}}\frac{v_0}{g}$, 2) $l=\frac{2}{\sqrt{3}}h$

16 1) $t=\sqrt{\frac{4R}{3g}}$, 2) $d=\frac{R}{\sqrt{3}}$, 3) $H=\frac{7}{8}R$

17 $\sqrt{3}$

18 1) $\frac{4\sqrt{3}}{3}h$, 2) $4h$

19 1) $v_{\min}=\sqrt{3gd}$, 2) $\theta=60^\circ$ or $\frac{\pi}{3}$

Chapter 02 운동법칙과 에너지

01 1) $f=\frac{1}{2}F$, 2) $\mu_k=\frac{F}{2W-\sqrt{3}F}$, 3) $2W>\sqrt{3}F$

02 1) $f=\frac{F}{5}$, 2) $a_A=\frac{4F}{5m}$

03 1) $f=\frac{3}{5}mg\sin\theta$, 2) $h=\frac{5v_0^2}{16g}$

04 1) $\frac{m_B}{m_A}=\frac{1}{4}$, 2) $a=\frac{1}{4}g$

05 1) 6N, 2) $\frac{1}{4}\mathrm{m}$, 3) $\frac{5}{8}\mathrm{m}$

06 1) $\mu=\frac{1}{3\sqrt{3}}$, 2) $\overline{PQ}=\frac{3}{10}\mathrm{m}$, 3) $v_p=\sqrt{2}\,\mathrm{m/s}$

정승현

일반물리학

초판인쇄 | 2023. 1. 16. **초판발행** | 2023. 1. 20. **편저자** | 정승현
발행인 | 박 용 **발행처** | (주)박문각출판 **등록** | 2015년 4월 29일 제2015-000104호
주소 | 06654 서울특별시 서초구 효령로 283 서경 B/D **팩스** | (02)584-2927
전화 | 교재 문의 (02) 6466-7202, 동영상 문의 (02) 6466-7201

ISBN 979-11-6987-092-4 | 979-11-6987-091-7(SET)
정가 22,000원

정승현

일반물리학

교재관련 문의 02-6466-7202
학원관련 문의 02-816-2030
온라인강의 문의 02-6466-7201

PMG 박문각 www.pmg.co.kr

14420

9 791169 870924

ISBN 979-11-6987-092-4
ISBN 979-11-6987-091-7(SET)

정가 22,000원