

2018년 국가직 지방직 서울시 9급 시험대비 수학 모의고사  
유상현·문미란 교수팀 | 박문각남부고시학원

1. 두 직선  $3x+4y=14$ ,  $6x+8y=3$  사이의 거리는?

- ① 2
- ②  $\frac{5}{2}$
- ③ 3
- ④  $\frac{7}{2}$

2. 전체집합  $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 두 조건  $p : x \geq 3$ ,  $q : x$ 는 홀수이고, 진리집합을 각각  $P, Q$  라고 할 때,  $P \cap Q$  의 모든 원소의 합을 구하여라.

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8

3. 연립부등식  $\begin{cases} x^2 + x - 6 < 0 \\ x^2 - 2kx + k^2 - 16 > 0 \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않고, 실수  $k$ 의 값의 범위를  $a \leq k \leq b$ 라 할 때,  $a+b$ 의 값은?

- ① -1
- ② 0
- ③ 1
- ④ 2

4. 타율이 2할인 야구 선수가 10번의 타석에서 안타를 친 횟수를  $X$ 라 할 때, 확률  $P(X \leq 9)$ 는?

- ①  $\left(\frac{4}{5}\right)^{10}$
- ②  $\left(\frac{4}{5}\right)^{11}$
- ③  $1 - \left(\frac{1}{5}\right)^9$
- ④  $1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{10}$

5. 좌표평면에서 함수  $y = \frac{3}{x-5} + k$ 의 그래프가 직선  $y=x$ 에 대하여 대칭일 때, 상수  $k$ 의 값

은?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5

6.  $\log 2 = a$ ,  $\log 3 = b$  라 할 때,  $\log \frac{4}{15}$  를 a, b로 나타낸 것은?

- ①  $3a - b - 1$
- ②  $3a + b - 1$
- ③  $2a - b + 1$
- ④  $2a + b - 1$

7. 연립부등식  $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 2 \\ x + y \leq a \end{cases}$  를 만족하는 영역의 넓이가  $2\pi$ 일 때, 실수 a의 값의 범위는?

- ①  $a \leq -2$
- ②  $a \geq -2$
- ③  $a \leq 2$
- ④  $a \geq 2$

8. 이차방정식  $3x^2 - 15x + 1 = 0$ 의 두 근을  $\alpha$ ,  $\beta$ 라 할 때,  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값은?

- ① 5
- ② 10
- ③ 15
- ④ 20

9. 두 직선  $5x - y - 1 = 0$ ,  $x + 2y - 1 = 0$ 의 교점과 원점을 지나는 직선의 기울기는?

- ①  $-\frac{4}{3}$
- ②  $-\frac{3}{4}$
- ③  $\frac{3}{4}$
- ④  $\frac{4}{3}$

10. 함수  $f(x) = \int \frac{x^2}{x-2} dx + \int \frac{3x-10}{x-2} dx$ 에 대하여  $f(3) - f(1)$ 은?

- ① 10
- ② 12

- ③ 14
- ④ 16

11.  $0 \leq x \leq 3$ 에서 함수  $f(x) = 2x^2 - 4x + 1$ 의 최댓값은?

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7

12. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{n=1}^{\infty} (2a_n - 5) = 2017$ 일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

- ① 1
- ②  $\frac{3}{2}$
- ③ 2
- ④  $\frac{5}{2}$

13. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_{n+1} = 3a_n$ 을 만족시킨다.  $a_2 = 2$ 일 때,  $a_4$ 의 값은?

- ① 9
- ② 12
- ③ 15
- ④ 18

14. 무리함수  $f(x) = a\sqrt{x+1} + 2$ 에 대하여  $f^{-1}(10) = 3$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4

15. 어떤 커피 전문점에서 판매되는 커피 한 잔의 양은 평균 150mL, 표준편차 3mL인 정규 분포를 따른다고 한다. 이 커피 전문점에서 구매한 커피의 양이 153mL 이하일 확률은?

(단,  $P(0 \leq Z \leq 0.5) = 0.1915$ ,  $P(0 \leq Z \leq 0.3413)$ )

- ① 0.5328
- ② 0.6915
- ③ 0.8185
- ④ 0.8413

16. 실수 전체의 집합  $R$ 의 공집합이 아닌 임의의 부분집합  $X$ 와 집합  $A=\{x \mid x^2-2kx+k+6 > 0\}$ 에 대하여  $A \cap X \neq \emptyset$ 일 때, 실수  $k$ 의 값의 범위는?

- ①  $k < -2$  또는  $k > 3$
- ②  $k < -3$  또는  $k > 2$
- ③  $-2 < k < 3$
- ④  $-3 < k < 2$

17. 삼차방정식  $2x^3+x^2+2x+3=0$ 의 한 허근을  $\alpha$ 라 할 때,  $2\alpha^2-\alpha$ 의 값은?

- ① -3
- ② -1
- ③ 1
- ④ 3

18. 함수  $f(x)=x^2+ax+b$ 의 그래프 위의 점  $(2, -3)$ 에서의 접선의 기울기가 3일 때, 상수  $a, b$ 의 합  $a+b$ 의 값은?

- ① -6
- ② -4
- ③ -2
- ④ 0

19. 다항함수  $f(x), g(x)$ 가  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-6}{x-1} = 10, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)-8}{x-1} = 12$ 를 만족시킬 때,

$f(1)+f'(1)+g(1)+g'(1)$ 의 값은?

- ① 18
- ② 24
- ③ 30
- ④ 36

20.  $\left(ax^2 + \frac{2}{x^3}\right)^5$ 의 전개식에서  $x^5$ 의 계수가 160일 때, 양수  $a$ 의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4

[정답 및 해설]

1. ②

두 직선  $3x+4y=14, 6x+8y=3$ 은 서로 평행하므로 두 직선 사이의 거리는 직선  $3x+4y=14$  위의 점  $(2, 2)$ 와 직선  $6x+8y=3$ , 즉  $6x+8y-3=0$  사이의 거리와 같다.

$$\therefore \frac{|6 \cdot 2 + 8 \cdot 2 - 3|}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = \frac{5}{2}$$

2. ④

$$P = \{x \mid x \geq 3\} = \{3, 4, 5, 6\}$$

$$Q = \{x \mid x \text{는 홀수}\} = \{1, 3, 5\} \text{이므로 } P \cap Q = \{3, 5\}$$

$$\therefore \text{모든 원소의합} = 8$$

3. ①

$$x^2 + x - 6 < 0 \text{에서 } (x+3)(x-2) < 0$$

$$\therefore -3 < x < 2 \dots\dots \textcircled{7}$$

$$x^2 - 2kx + k^2 - 16 > 0, \text{ 즉 } x^2 - 2kx + (k+4)(k-4) > 0 \text{에서 } \{x-(k+4)\}\{x-(k-4)\} > 0$$

$$\therefore x < k-4 \text{ 또는 } x < k+4 \text{ } (\because k-4 < k+4) \dots\dots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{의 공통범위가 존재하지 않으므로 } k-4 \leq -3, k+4 \geq 2$$

$$\therefore -2 \leq k \leq 1$$

4. ④

확률변수  $X$ 가 이항분포  $B\left(10, \frac{1}{5}\right)$ 을 따르므로

$$P(X = x) = {}_{10}C_x \left(\frac{1}{5}\right)^x \left(\frac{4}{5}\right)^{10-x} \quad (x = 0, 1, \dots, 10)$$

$$\therefore P(X \leq 9) = 1 - P(X = 10)$$

$$= 1 - {}_{10}C_{10} \left(\frac{1}{5}\right)^{10} \left(\frac{4}{5}\right)^0 = 1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{10}$$

5. ④

유리함수  $y = \frac{3}{x-5} + k$ 의 점근선은  $x = 5, y = k$ 이므로 유리함수  $y = \frac{3}{x-5} + k$ 의 그래프는

점  $(5, k)$ 에 대하여 대칭이다.

따라서, 점  $(5, k)$ 는 직선  $y = x$  위에 있어야 하므로  $k = 5$

6. ①

$\log 2 = a, \log 3 = b$ 라 하자.

$$\log \frac{4}{15} = \log \frac{8}{30}$$

$$= \log 8 - \log 3 -$$

$$= \log 2^3 - \log (3 \times 10)$$

$$= 3 \log 2 - \log 3 - 1$$

$$\text{따라서 } \log \frac{4}{15} = 3a - b - 1$$

7. ④

연립부등식  $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 2 \\ x + y \leq a \end{cases}$  를 만족하는 영역은

원  $x^2+y^2=2$ 의 내부(경계선 포함)와 직선  $y=-x+a$  의 아랫부분(경계선 포함)의 공통 부분이다.  
 이 때, 연립부등식을 만족하는 영역의 넓이가 원  $x^2+y^2=2$ 의 넓이와 같으므로 직선  $y=-x+a$ 가 원  $x^2+y^2=2$ 에 접하거나 원의 위쪽에 있어야 한다.

원과 직선이 접하면 원의 중심  $(0, 0)$ 과 직선  $x+y-a=0$  사이의 거리가 원의 반지름의 길이  $\sqrt{2}$ 와 같으므로

$$\frac{|-a|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \sqrt{2}, \quad |a| = 2$$

$\therefore a = -2$  또는  $a = 2$

그런데 직선의  $y$ 절편이 양수이어야 하므로  $a = 2$

따라서 구하는  $a$ 의 값의 범위는  $a \geq 2$

8. ③

이차방정식  $3x^2-15x+1=0$ 의 두 근이  $\alpha, \beta$ 이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = \frac{15}{3}, \quad \alpha\beta = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{\frac{15}{3}}{\frac{1}{3}}$$

$= 15$

9. ④

두 직선  $5x-y-1=0, x+2y-1=0$  의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$(5x-y-1)+k(x+2y-1)=0 \cdots \textcircled{\ominus}$$

$\textcircled{\ominus}$ 이 원점을 지나므로  $-1-k=0$

$\therefore k = -1$

이를  $\textcircled{\ominus}$ 에 대입하여 정리하면  $y = \frac{4}{3}x$

따라서 구하는 직선의 기울기는  $\frac{4}{3}$ 이다.

10. ③

$$\begin{aligned} & \int \frac{x^2}{x-2} dx + \int \frac{3x-10}{x-2} dx \\ &= \int \left( \frac{x^2}{x-2} + \frac{3x-10}{x-2} \right) dx \\ &= \int \frac{x^2+3x-10}{x-2} dx = \int \frac{(x-2)(x+5)}{x-2} dx \\ &= \int (x+5) dx = \frac{1}{2}x^2 + 5x + C \end{aligned}$$

$$f(3) - f(1) = \left( \frac{9}{2} + 15 + C \right) - \left( \frac{1}{2} + 5 + C \right) = 14$$

11. ④

함수  $f(x)=2(x-1)^2-1$ 의 그래프의 꼭짓점의 x좌표가 1 이므로  $x=1$ 에서 최솟값,  $x=3$ 에서 최댓값을 가진다.

따라서 최댓값은  $f(3)=2(3-1)^2-1=7$

12. ④

$\sum_{n=1}^{\infty} (2a_n - 5)$ 가 수렴하므로  $\lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n - 5) = 0$

따라서  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{5}{2}$

13. ④

모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_{n+1} = 3a_n$  즉,  $\frac{a_{n+1}}{a_n} = 3$  이므로 수열  $\{a_n\}$ 은 공비가 3인 등비수열이다.

$a_2 = 2$  따라서  $a_4 = a_2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$

14. ④

$f^{-1}(10) = 3$ 에서  $f(3) = 10$

$f(3) = a\sqrt{3+1} + 2$

$= 2a + 2$

$= 10$

따라서  $a = 4$

15. ④

커피의 양을 확률변수  $X$ 라 하면  $X$ 는 정규분포  $N(150, 3^2)$ 을 따른다.

이 때,  $Z = \frac{X-150}{3}$ 으로 놓으면  $Z$ 는 표준정규분포  $N(0, 1)$ 을 따르므로

구하는 확률은

$$P(X \leq 153) = P\left(Z \leq \frac{153-150}{3}\right) = P(Z \leq 1)$$

$$= P(Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 1)$$

$$= 0.5 + 0.3413$$

$$= 0.8413$$

16. ③

$X$ 가  $R$ 의 임의의 부분집합이고  $A \cap X \neq \emptyset$  이므로  $A=R$ 이다.

따라서 이차부등식  $x^2 - 2kx + k + 6 > 0$ 의 해가 실수 전체이려면

$$\frac{D}{4} = k^2 - (k+6) < 0, (k+2)(k-3) < 0$$

$$\therefore -2 < k < 3$$

17. ①

$$-1 \left| \begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 3 \\ & -2 & 1 & -3 \\ \hline 2 & -1 & 3 & 0 \end{array} \right.$$

$$2x^3 + x^2 + 2x + 3 = (x+1)(2x^2 - x + 3)$$

$\alpha$ 는 허근이므로 이차방정식  $2x^2 - x + 3 = 0$ 의 근이다.

$$2\alpha^2 - \alpha + 3 = 0 \text{ 이므로}$$

$$\therefore 2\alpha^2 - \alpha = -3$$

18. ①

$$f(2) = -3 \text{ 이므로 } 4 + 2a + b = -3$$

$$\therefore 2a + b = -7 \quad \text{Ⓣ}$$

또, 점 (2, -3) 에서의 접선의 기울기는  $x=2$ 에서의 미분계수와 같고,  $f'(x) = 2x + a$  이므로

$$f'(2) = 4 + a = 3 \quad \therefore a = -1$$

$a = -1$ 를 Ⓣ에 대입하면

$$-4 + b = -7 \quad \therefore b = -3$$

$$\therefore a + b = -4$$

19. ④

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 6}{x - 1} \text{의 값이 존재하고 } \lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) = 0 \text{ 이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \{f(x) - 6\} = 0 \quad \therefore f(1) = 6$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 6}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1) = 10$$

$$\text{또, } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) - 8}{x - 1} \text{의 값이 존재하고 } \lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) = 0 \text{ 이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \{g(x) - 8\} = 0 \quad \therefore g(1) = 8$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) - 8}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) - g(1)}{x - 1} = g'(1) = 12$$

$$\therefore f(1) + f'(1) + g(1) + g'(1) = 6 + 10 + 8 + 12 = 36$$

20. ②

$\left(ax^2 + \frac{2}{x^3}\right)^5$ 의 전개식의 일반항은

$${}_5C_r (ax^2)^{5-r} \left(\frac{2}{x^3}\right)^r = {}_5C_r a^{5-r} 2^r x^{10-5r}$$

$$x^5 \text{항은 } 10 - 5r = 5 \text{ 일 때 이므로 } r = 1$$



따라서  $x^5$ 의 계수는  ${}_5C_1 \cdot a^4 \cdot 2 = 160$

$$a^4 = 16 \quad \therefore a = 2 (\because a > 0)$$